# Übungsformate zur Einführung des kardinalen Zahlaspektes

# -

# theoretische Fundierung und exemplarisch vergleichende Untersuchung

| | |
|---|---|
| 3192922 | Fabian Stober |
| Studiengang / Fach | Bachelor Education Primarstufe – Mathematik |
| | Bachelorarbeit |
| Erstschrift | ( ) 1. Prüfer: Herr Prof. Dr. Wartha |
| Zweitschrift | ( ) 2. Prüferin: Frau Prof.‘in Dr. Martin |
| Abgabetermin | 27.09.2018 |

Pädagogische Hochschule Karlsruhe

## Inhaltsverzeichnis

# Abbildungsverzeichnis



# Tabellenverzeichnis

# 1 Einleitung

Im Rahmen des Projektes „Teaching English in Laos“ der Angels for Children Foundation in Zusammenarbeit mit der Pädagogischen Hochschule Karlsruhe wurde im Frühjahr 2018 neben dem Fach Englisch auch das Fach Mathematik für die Arbeit vor Ort an einer weiterführenden Schule aufgenommen. Dabei drehte es sich in erster Linie um die didaktisch-methodische Beurteilung des Unterrichts der laotischen Lehrer sowie eine gemeinsame Methoden- und Vorbereitungsarbeit. Für die möglichst genaue Beurteilung wurde der Mathematikunterricht in verschiedenen Klassen der Sekundar- und Primarstufe beobachtet. In den Stunden fiel auf, dass es den Schülern oft schwerfiel Aufgaben im Kopf zu rechnen. Mit den schriftlichen Rechenverfahren zeigten sich die Schülerinnen und Schüler dagegen weitaus vertrauter und bereits in der zweiten Klasse wurden Rechenaufgaben fast ausschließlich hierüber gelöst. Auch bei Analogieaufgaben wurde stets schriftlich gerechnet.

Die Grundlage für das Kopfrechnen, eine umfangreiche Zahlvorstellung, wird in Deutschland im Anfangsunterricht der ersten Klasse gelegt. Im Rahmen dieser Arbeit entwickelte sich die Frage nach den Unterschieden der Aufgaben im Lehrwerk für den mathematischen Anfangsunterricht beider Länder. Wie werden die Zahlen in beiden Ländern in der ersten Klasse eingeführt und welche Zahlenvorstellungen werden aufgebaut? Der Fokus wird dabei auf den kardinalen Zahlaspekt gelegt. Um einen Vergleich mit aktuellen Konzepten, die in deutschen Schulbüchern angewandt werden, zu ermöglichen, wird das laotische Schulbuch mit einem aktuellen deutschen Schulbuch verglichen.

In dieser Arbeit werden die folgenden drei Forschungsfragen thematisiert und beantwortet:

1. Anhand welcher Aspekte lassen sich Übungsformate zur Einführung des kardinalen Zahlaspektes zu Beginn der Grundschule bewerten?
2. Wie können diese Aspekte erfasst werden?
3. Wie werden diese Aspekte in zwei Schulbüchern aus Laos und Deutschland umgesetzt?

Die Arbeit teilt sich in einen Theorieteil (Kapitel 2 und 3) und einen Praxisteil (Kapitel 4). Dabei deckt der Theorieteil die erste Forschungsfrage ab und stellt zunächst die Zahlaspekte vor (Kapitel 2), um einen grundlegenden Überblick zu verschaffen. Anschließend wird der Kardinalzahlaspekt genauer ausgeführt, sowie wichtige zugrunde liegende Konzepte. Das Schulbuch und damit die darin enthaltenen Aufgaben sind das Leitmedium für den Unterricht (Guldner & Schmidt, 2014). Es ist an sich eher „als Fundgrube für unterrichtspraktische Anregungen und [...] als Aufgabensammlung [zu betrachten]“ (Schipper, Ebeling, & Dröge, 2015, S. 79) und sollte nicht unreflektiert eingesetzt werden. Doch gerade im Mathematikunterricht wird verstärkt auf das Buch gesetzt (Wiater, 2003). Daher liegt der Fokus des dritten Kapitels auf den Übungsformaten/Aufgaben und den Aspekten, die für die Auswahl und die Arbeit mit diesen zu beachten sind. Dazu gehört zunächst eine fundierte Vorstellung zur Vorkenntnis der Schulanfänger sowie ein Modell, um die mathematischen Entwicklungsstufen abzugrenzen. Ist diese Basis vorhanden, kann mit der Unterrichtsgestaltung begonnen werden. Neben der Art der Aufgabenstellung wird an dieser Stelle auf die Erschließung des Zahlenraumes und das Anschauungsmaterial eingegangen.

Zu Beginn des zweiten Teils der Arbeit werden die verschiedenen Aspekte aus dem ersten Teil zusammengetragen, die für die Analyse von Bedeutung sind. Mit diesen ausgewählten Gesichtspunkten wird auf Basis des „allgemeindidaktischen Kategoriensystems zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben“ von Krajewski (in Maier, Kleinknecht, Metz, & Bohl, 2010 ) ein auf die Ansprüche dieser Arbeit angepasstes Kategoriensystem entwickelt. An dieser Stelle werden die beiden Schulbücher, an denen die Analyse durchgeführt wird, gemeinsam mit den Bildungsplänen des jeweiligen Landes, vorgestellt. Die Ergebnisse werden für jedes Buch einzeln erläutert, bevor in einer Gegenüberstellung konkrete Unterschiede und Gemeinsamkeiten erkundet werden.

Zu dieser Arbeit sind folgende Hinweise sind zu beachten: Der Analysegegenstand besteht aus zwei Schulbüchern der ersten Klassen aus Laos und Deutschland. Aus diesen Büchern werden nur diejenigen Aufgaben untersucht, welche sich mit dem kardinalen Zahlaspekt befassen und den Zahlenraum bis zehn behandeln. Dadurch werden Aufgaben mit Rechenoperationen und Rechenzeichen ausgeschlossen, da jene im Normalfall erst nach dem Festigen einer Zahlvorstellung behandelt werden. In dieser Arbeit werden zudem keine praktisch-didaktischen Aspekte behandelt. Sie lassen sich nicht auf Aufgaben übertragen, da sie einen unterrichtlichen Kontext benötigen, der hier nicht gegeben ist.

Bei der Recherche stellte sich heraus, dass das ausgewählte Thema genug Umfang für eine längere Ausarbeitung bietet. Um den Rahmen nicht zu überschreiten wird daher der Fokus auf die genauere Betrachtung des Kardinalzahlaspektes gelegt und nur ein Modell zur Einschätzung des mathematischen Wissensstandes vorgestellt. Außerdem wird im Praxisteil das ausgewählte Kategoriensystem ohne Diskurs beschrieben und verwendet.

Der Begriff Schüler wird in dieser Arbeit stellvertretend für die Schreibweise SchülerInnen oder Schülerinnen und Schüler verwendet. Dies dient lediglich der Erleichterung des Leseflusses und ist daher nicht geschlechterspezifisch. Dasselbe gilt für den Begriff Lehrer, welcher analog zu dem Begriff Lehrende verwendet wird.

## 2 Zahlaspekte

Zu Beginn der Grundschulzeit werden im sogenannten mathematischen Anfangsunterricht zunächst die natürlichen Zahlen behandelt. Der Zahlenraum wird erkundet und in diesem Rahmen die verschiedenen Aspekte der natürlichen Zahlen aufgegriffen. Inhaltlich sind den Schülern meist einige Aspekte bereits aus dem Alltag bekannt und werden nun im Unterricht in einen mathematischen Kontext gebracht.

Die folgende Aufgliederung der verschiedenen Zahlaspekte findet sich bei verschiedenen Autoren (Hasemann & Gasteiger, 2014; Krauthausen, 2018; Padberg & Benz, 2011):

- **Kardinalzahlaspekt**: Dieser Aspekt gibt Auskunft auf die Frage wie viel von etwas vorhanden ist, beispielsweise „wie viele Schüler sind in unserer Klasse?“.
- **Ordinalzahlaspekt**
  - Ordnungszahl: Die Ordnungszahl gibt Auskunft über die Position eines Elements in einer Reihe, z. B. bei der Aufgabe: „Zeige mir den fünften Stein.“
  - Zählzahl: Bei der Zählzahl wird die Zahlenreihe zählend in der Reihenfolge durchlaufen, bis das gewünschte Element erreicht ist.
- **Maßzahlaspekt**: Mit der Maßzahl werden Größen, wie das Gewicht oder die Körpergröße, angegeben.
- **Operatoraspekt**: Mit der Frage „Wie oft?“ wird bei diesem Aspekt nach einer Anzahl von wiederholten Handlungen oder Vorgängen gefragt.
- **Rechenzahlaspekt**:
  - Algorithmischer Aspekt: Der algorithmische Aspekt zeigt sich beim schriftlichen Rechnen. Hierbei wird ein gelerntes Schema (Algorithmus) angewandt, um die Aufgabe zu lösen. Die richtige Anwendung des Schemas setzt beispielsweise bei einer Additionsaufgabe die Kenntnis der Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 voraus.
  - Algebraischer Aspekt: Vom algebraischen Aspekt wird gesprochen, wenn es sich um eine Rechnung in einer Zeile handelt, die nach den algebraischen Gesetzen, beispielsweise der Punkt-vor-Strich Regel, gelöst werden kann.
- **Codierungsaspekt**: Der Codierungsaspekt beinhaltet, dass Ziffern oder Ziffernfolgen zur Kennzeichnung oder Abhebung von Elementen genutzt werden, beispielsweise bei Haus- oder Telefonnummern. Die Zahlen stehen hierbei nicht für ihre Ziffernwerte im eigentlichen Sinn, sondern als Codezeichen.

„Der Erwerb numerischer Kompetenzen wird [in der Regel] als Zahlbegriffserwerb bezeichnet. Hier gilt es zu beachten, dass es nicht >den Zahlbegriff< gibt, sondern dass die Integration verschiedener Zahlaspekte zu einem umfassenden Zahlbegriffsverständnis führt" (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 102). Dafür muss jeder Aspekt für sich verstanden und daraufhin mit den anderen in Zusammenhang gebracht werden.

## 2.1 Zählprinzipien

Das richtige Zählen stellt eine Grundlage zum Verständnis der Zahlaspekte dar (Padberg & Büchter, 2015; Scherer & Moser Opitz, 2010). Zusätzlich können beim Zählen einige der eben genannten Aspekte kognitiv verknüpft werden. Das Ermitteln der Mächtigkeit einer Menge spricht den Kardinalzahlaspekt der Zahl an, während beim Abzählen jedem Element eine Position in einer Reihe zugeordnet wird (Ordinalzahlaspekt). Durch das Vorwärts- oder Rückwärtszählen von einer bestimmten Zahl aus werden die ersten Rechenergebnisse ermittelt und damit die ersten Rechenerfahrungen gesammelt (Rechenzahlaspekt). Auf diese Weise kann eine Tätigkeit zur Aktivierung von verschiedenen Zahlaspekten genutzt werden. Um das Zählen hierfür sinnvoll und ertragreich einsetzen zu können, ist dabei die vollständige Kenntnis über die Zahlenreihe bis zur Zielzahl notwendig.

Fuson (1988) untersuchte 1971 Kinder im Alter von vier bis acht Jahren und verfasste fünf Niveaustufen (Level) in Bezug auf die Handhabung der Zahlwortreihe (Padberg & Benz, 2011; Scherer & Moser Opitz, 2010):

1. **String level**: Bei der Zahlwortreihe handelt es sich um ein auswendig gelerntes, untrennbar verbundenes Wort. Sie kann, je nach Übung, beliebig schnell reproduziert werden, wobei sie aber jedes Mal komplett aufgesagt werden muss, da den einzelnen Teilwörtern keine Bedeutung zugeordnet wird: „einszweidreivierfünf…".
2. **Unbreakable chain level**: Jedem Zahlwort wird eine Bedeutung zugeordnet. Trotz der inhaltlichen Bedeutung der Zahlwörter muss bei Eins begonnen werden, da noch keine ausreichende Flexibilität vorhanden ist. Auf diese Weise können Anzahlen ermittelt, erste Aufgaben gelöst und beispielsweise Aussagen über das Verhältnis zweier Zahlen getroffen werden.
3. **Breakable chain level**: Die Zahlwortreihe kann teilweise flexibel genutzt werden. Das Kind kann an einer bestimmten Stelle beginnen und von dort aus weiterzählen, rückwärtszählen ist teilweise möglich. Das zählende Rechnen und das Treffen von Aussagen zu Zahlenverhältnissen werden dadurch schneller und flexibler.

4. **Numerable chain level**: Das Kind ist in der Lage, von einem bestimmten Punkt aus eine vorgegebene Anzahl von Schritten weiterzuzählen. Damit einher geht die Fähigkeit, die Zahlwörter selbst zählen zu können.
5. **Bidirectional chain level**: Das Kind zählt fehlerfrei von einem beliebigen Startpunkt vorwärts oder rückwärts und kann dabei die Zählrichtung beliebig verändern.

Die fünf Niveaustufen werden nicht von allen Kindern gleich durchlaufen. So kann bei manchen Kindern beispielsweise das „String level“ nicht festgestellt werden. Ebenso variiert die Geschwindigkeit, in der die Level abgeschlossen werden. Neben den beschriebenen, zu durchlaufenden Niveaustufen ist für das richtige Zählen das Einhalten gewisser Zählprinzipien von Nutzen. Im Jahre 1978 wurden fünf Zählprinzipien von Gelman und Gallistel entwickelt. Die ersten drei werden als „how-to-count principles“ (wie wird gezählt) und die letzten beiden als „what-to-count-principles“ (was wird gezählt) bezeichnet. Dabei bauen die verschiedenen Prinzipien jeweils aufeinander auf (Padberg & Benz, 2011; Thompson, 2010):

- **The one-one principle** (Eindeutigkeitsprinzip): Beim Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung wird jedem Element der zu zählenden Menge genau eine Zahl zugeordnet. Hierbei ist wichtig, dass alle Elemente genau einmal gezählt werden.
- **The stable-order principle** (Prinzip der stabilen Ordnung): Die zum Zählen genutzte Zahlenreihe besitzt eine feste Reihenfolge, welche nicht verändert wird. Zudem muss die Zahlenreihe bis zum letzten benötigten Zahlenwort bekannt sein.
- **The cardinal principle** (Kardinalzahlprinzip): Unter der Prämisse, dass die ersten beiden Prinzipien erfüllt sind, gibt die zuletzt genannte Zahl die Mächtigkeit der erfassten Menge an.
- **The abstraction principle** (Abstraktionsprinzip): Dieses Prinzip besagt, dass die „how-to-count principles” auf beliebige Mengen angewandt werden können. Es ist also irrelevant, ob es sich um eine Menge aus greifbaren Gegenständen oder um eine Abbildung mit einer Menge von Punkten handelt.
- **The order-irrelevance principle** (Irrelevanz der Anordnung): Die Anordnung der zu zählenden Elemente ist für das Ergebnis nicht entscheidend, wenn die ersten drei Prinzipien eingehalten werden.

Die beiden beschriebenen Modelle bilden die Komplexität des Zählprozesses ab. Zum einen zeigt Fuson, welche Verständnislevel durchlaufen werden, um überhaupt erst in der Lage zu sein, die Zahlenreihe korrekt anwenden zu können. Zum anderen werden durch die Prinzipien von Gelman und Gallistel die zu beachtenden Konventionen des Zählprozesses, also das Nutzen der Zahlenreihe, verdeutlicht. Erst die Integration aller in Abschnitt zwei genannten Zahlaspekte führt zu einem grundlegenden Zahlenbegriffsverständnis. Dabei ist es von größerer Bedeutung, die verschiedenen Aspekte zu erfahren und verinnerlichen, als diese benennen zu können (Padberg & Büchter, 2015, 183 f.).

## 2.2 Kardinalzahlaspekt

Von den bereits genannten Zahlaspekten stehen zu Beginn des Anfangsunterrichts der Kardinal- und der Ordinalzahlaspekt im Vordergrund. Es ist „ein großer Unterschied, ob ein Kind bei der Zahl 8 nur an die Endstation des Zählvorgangs denkt oder weiß, dass diese Zahl für eine Menge von Gegenständen steht [...]“ (Padberg & Benz, 2011, S. 34). Aufgrund der Rahmenbedingungen dieser Arbeit wird nachfolgend lediglich der Kardinalzahlaspekt näher erläutert (weitere Informationen zum Ordinalzahlaspekt können bei Padberg & Büchter, 2015 gefunden werden).

Der kardinale Zahlaspekt beschreibt die Mächtigkeit einer Menge und „ist für ein umfassendes Zahlverständnis unverzichtbar“ (Padberg & Benz, 2011, S. 36). Den Schülern wird durch die Auseinandersetzung mit verschiedenen Zahldarstellungen und Übungen zur Zahlauffassung die Möglichkeit der nichtzählenden Mengenerfassung verdeutlicht. „Erfahrungsgemäß sehen manche Kinder Zählobjekte zunächst nur einzeln und erfassen sie Stück für Stück durch Abzählen“ (Müller, Röhr, & Wittmann, 2004, S. 22). Durch die Übung mit verschiedenen Materialien (Abschnitt 3.4) lernen die Schüler, Mengen strukturiert zu sehen und deren Anzahl zu ermitteln. Die Mengenermittlung wird zunächst durch richtiges Zählen geübt. Anschließen wird das „geschickte Zählen“ thematisiert. Bis zu sechs strukturiert angeordnete Elemente können, ohne jedes Element einzeln zu zählen, simultan erfasst werden. Handelt es sich um eine größere Anzahl, gibt es die Möglichkeit der quasi-simultanen Erfassung. Dabei wird die ganze Menge in kleinere, schnell zu erfassende Bündel aufgeteilt. Die Teilergebnisse werden dann zum Gesamtergebnis zusammengefasst (Hasemann & Gasteiger, 2014, 113 ff.).

Bekommt ein Kind beispielsweise die Aufgabe gestellt, herauszufinden, wie viele Büroklammern vor ihm liegen, handelt es sich um eine Aufgabenstellung zum kardinalen Zahlaspekt. „Die *zuletzt genannte* Zahl beim Zählen gibt die Anzahl (*Kardinalzahl*) an“ (Padberg & Benz, 2011, S. 15). Neben der Bestimmung der Mächtigkeit einer Menge gehört auch der Vergleich zweier Mengen zur Erfassung des Kardinalzahlaspektes (Padberg & Büchter, 2015). Die Aufgabe „Welche der beiden Mengen (Abbildung 1) enthält mehr Elemente?“ kann auf zwei Arten gelöst werden.

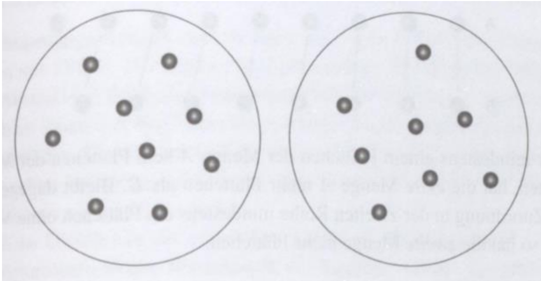

*Abbildung 1: Mengenvergleich (Padberg & Büchter, 2015, S. 185)*

Ein Weg ist das Zählen der Elemente in jeder der beiden Mengen. Durch die Beachtung der Zählprinzipien von Gelman und Gallistel (Abschnitt 2.1) können beide Mengen bestimmt werden. Um die größere von beiden auszumachen, ist ein Übertrag von der ermittelten Anzahl auf die Position in der Zahlenreihe notwendig. Die Ziffer 9 steht zum einen für die Anzahl der Elemente der linken Menge aber zum anderen auch für die neunte Position in der Zahlenreihe. Dasselbe gilt für die Ziffer 8, die für die achte Position steht. Die Neun ist um eins größer als die Acht (9 > 8), also enthält die durch die Neun repräsentierte Anzahl von Elementen ein Element mehr als die Menge mit acht Elementen. Daraus kann geschlossen werden, dass die linke Menge größer ist, also ein Element mehr enthält als die rechte.

Der zweite Weg ist die Zuordnung der Elemente beider Mengen. Dies bedeutet, dass ein Element der Menge A einem Element der Menge B zugeordnet wird. Die Zuordnung wird so lange durchgeführt, bis alle Elemente der kleineren Menge zugeordnet wurden. Die Menge, welche dann noch überzählige Elemente enthält, ist folgend die größere Menge. Wie in obigem Beispiel veranschaulicht, kann eine vermeintlich „einfache“ Aufgabe einen durchaus komplexen Lösungsweg erfordern. Vertieftes Wissen zu den Gesichtspunkten des Kardinalzahlaspektes hilft dem Lehrer, Aufgaben bezüglich ihrer Komplexität für die Schule einzuschätzen. Darüber hinaus gibt es Gesichtspunkte, die die Auswahl und den Umgang mit Aufgaben beeinflussen. Diese werden im folgenden Kapitel näher beschrieben.

# 3 Übungsformate zur Einführung des Kardinalzahlaspektes

Um als Lehrer die richtigen Übungsformate anbieten zu können, ist es zunächst wichtig den Wissensstand im Allgemeinen zu kennen. Daneben sind ebenso die Art der Unterrichtsgestaltung sowie die verschiedenen Veranschaulichungsmaterialien weitere Komponenten, die bei der Planung von Übungsformaten zu beachten sind. Über den Vorkenntnisstand werden im Folgenden zwei Studien vorgestellt.

## 3.1 Vorkenntnisse von Schulanfängern

Da Schüler mit unterschiedlichen Vorkenntnissen die erste Klasse beginnen, bildet diese Heterogenität der Kenntnisstände eine Herausforderung für den Lehrer. Seine Aufgabe ist es damit richtig umzugehen (Padberg & Benz, 2011). Das vorhandene Wissen der Schüler stellt den Anknüpfungspunkt für Lehrer im Anfangsunterricht dar.

### 3.1.1 Ausgewählte Studien zu Vorkenntnissen von Schulanfängern in Deutschland

Zur Ermittlung des mathematischen Niveaus bei Schulanfängern stellen Schipper et al. (2015) in ihrer Arbeit zehn Studienergebnisse zusammen. Zwei davon werden an dieser Stelle näher erläutert, um die Entwicklung in Deutschland innerhalb von zehn Jahren zu skizzieren. Selter (1995) führte seine Studie im Schuljahr 1992/3 an 14 Schulen in NRW durch. Insgesamt 881 Schüler bekamen Aufgaben in Form von Bildern vorgelegt, die Instruktionen hierzu wurden von den durchführenden Personen mündlich gegeben. Die mathematischen Grundkompetenzen, die getestet wurden, benennt Selter wie folgt: „Verhältnisbeziehungen, Kenntnis der Zahlsymbole, Rückwärtszählen, Abzählen sowie Addition und Subtraktion im Rahmen von Kontextproblemen“ (Selter, 1995, S. 11). Zu jedem der sechs Grundkonzepte wurde eine Aufgabe gestellt, wobei die Bearbeitung der Aufgaben schriftlich durchzuführen war und sich auf Ankreuzen, Umkreisen oder Ausmalen beschränkte. Von den sechs Aufgaben werden die vier für diese Arbeit relevanten Aufgaben vorgestellt (Abbildung 2):

1. **Verhältnisbeziehungen**: Teil dieser Aufgabe ist es, das höchste Haus mit einem Kreuz zu markieren. Das Kind muss hierbei die Bedeutung des Wortes „höchste“ verstehen und auf die Abbildung übertragen können.
2. **Kenntnis der Zahlsymbole**: In Aufgabe zwei soll das BMX-Bike mit der Nummer fünf angekreuzt werden. Auch hier benötigt das Kind die Verknüpfung zwischen einem Wort

und dessen zugehörigem Symbol, wobei es in dieser Aufgabe um die Verknüpfung vom gehörten Zahlwort mit dem entsprechenden Zahlsymbol geht.

3. **Rückwärtszählen**: Hier wird der Beginn eines Countdowns dargestellt und die Aufgabe besteht darin, die nächste Zahl zu markieren. Neben der korrekten rückwärts gezählten Zahlenreihe muss das Kind ebenso die zugehörige Ziffernschreibweise kennen.
4. **Abzählen**: Bei der letzten Aufgabe müssen neun Kreise in einem Feld aus fünf mal vier Kreisen ausgemalt werden. Das Kind muss zur korrekten Lösung die „how-to-count principles“ (Abschnitt 2.2) beherrschen.

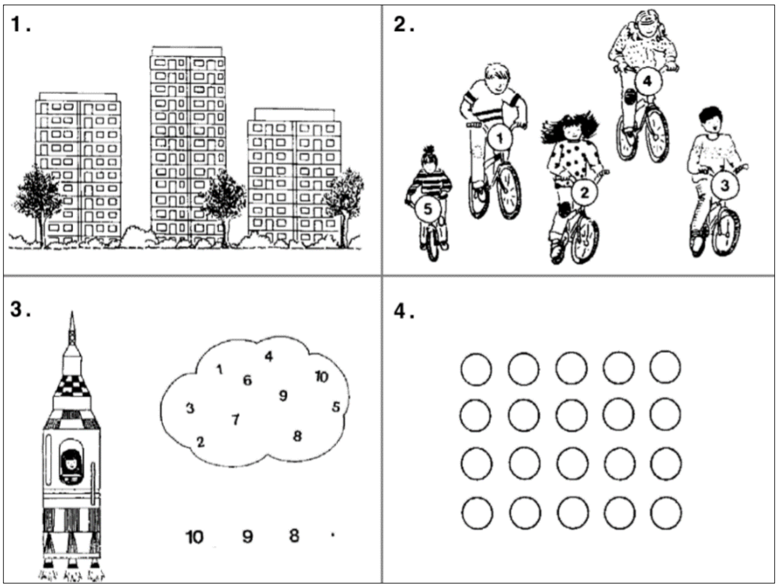


*Abbildung 2: Vier von sechs Testaufgaben zum Testen der mathematischen Grundkonzepte (Ausschnitt aus Selter, 1995, S. 12)*

Die Auswertung zeigt, dass zu den vier von Selter genannten „zentrale[n] arithmetische[n] Grundkompetenzen“ (Selter, 1995, S. 11) bei der Mehrheit der Kinder bereits eine Vorstellung vorhanden ist (alle Ergebnisse wurden auf das ganze Prozent gerundet). 98 % der Kinder lösten die erste Aufgabe und 95 % die zweite Aufgabe korrekt. Aufgabe 4 wurde von 87 % der Teilnehmer erfolgreich gelöst. Aufgabe 3 stellte hingegen eine Herausforderung dar und wurde von 63 % der Schüler richtig bearbeitet.

Ein ähnliches Ziel verfolgte Grassmann (2002) mit einer Studie zur Lernausgangslage von Schülern zu Schulbeginn. Die Studie wurde im Schuljahr 2001/2002 mit 830 Schülern aus 40 Klassen in den Bundesländern Berlin, Brandenburg und NRW durchgeführt und beinhaltete 19 Fragen. Nachfolgend werden nun die vier Aufgaben vorgestellt, die den Aufgaben von Selter (1995) entweder ähnlich sind oder mit ihnen übereinstimmen (Abbildung 3). Zur besseren Veranschaulichung wurde die Reihenfolge an Selter angepasst.

Die erste Aufgabe (Aufgabe 10) unterscheidet sich von der ersten Aufgabe bei Selter dahingehend, dass die Schüler hier den kürzesten Stift ankreuzen sollten, anstatt das höchste Gebäude. Die anderen Aufgabenstellungen entsprechen den Aufgabenstellungen der ersten Studie.

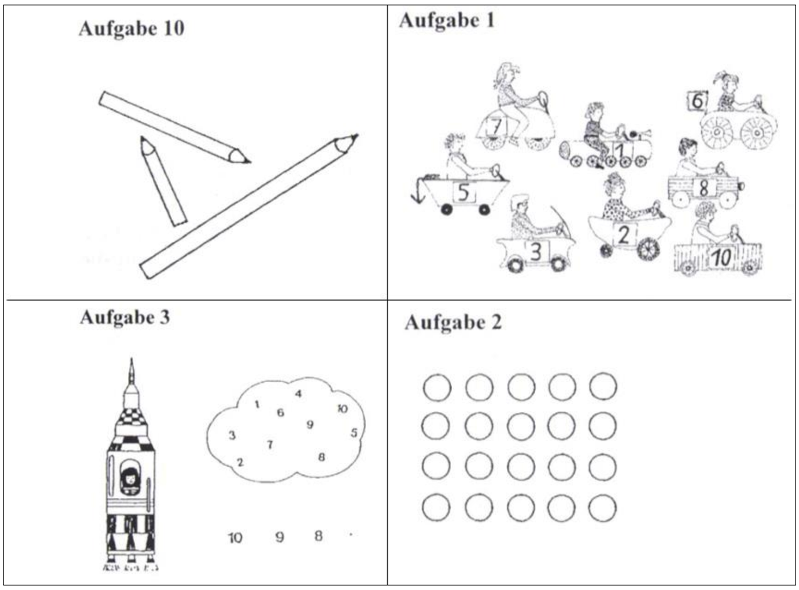


*Abbildung 3: Vier von 19 Aufgaben zur Ermittlung der Lernausgangslage (Zusammengestellt aus Grassmann, 2002, 8 ff.)*

Bei den Ergebnissen von Grassmann zeichnen sich ähnliche Ergebnisse wie bei Selter ab. Die richtige Antwort gaben bei der Aufgabe zum Längenvergleich (Aufgabe 10) 91 % der Schüler, ebenso bei der Aufgabe zur Ziffernkenntnis (Aufgabe 1). Bei der Aufgabe zum Abzählen (Aufgabe 2) waren es 78 %. Auch bei Grassmann war die anspruchsvollste Aufgabe das Fortsetzen des Countdowns (Aufgabe 3). 60 % der Teilnehmer bearbeiteten diese Aufgabe richtig. In der Übersicht sind die Ergebnisse beider Studien gegenübergestellt:

*Tabelle 1: Gegenüberstellung der Studienergebnisse*

| | **Selter (1995)** | **Grassmann (2002)** |
|---|---|---|
| **Längenvergleich** | 98 % | 91 % |
| **Ziffernkenntnis** | 95 % | 91 % |
| **Rückwärtszählen** | 63 % | 60 % |
| **Abzählen** | 87 % | 78 % |

Trotz ähnlicher Tendenzen ist grundsätzlich eine Abnahme der richtigen Antworten festzustellen. Generell wird von beiden Autoren auf die Heterogenität der Bearbeitung hingewiesen. Diese kann im Vergleich zu großen Spannweiten führen (in der Studie von Grassmann gab es eine Aufgabe, die von 100 % der Schüler einer Klasse gelöst wurde, aber ebenso von nur 10 % der Schüler einer anderen Klasse. Die Spannweite beträgt also 90 %). Einflüsse wie das Beherrschen der deutschen Sprache sowie die individuelle Interpretation der Abbildungen müssen daher bei der Auswertung berücksichtig werden. Dennoch untermauern die Ergebnisse, dass bereits vor Beginn der Schulzeit ein beträchtliches Vorwissen bei den Kindern vorhanden ist.

### 3.1.2 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski

Um das Vorwissen der Kinder nicht nur erkennen zu können, sondern es ebenso in Bezug auf den Kardinalzahlaspekt einzuschätzen, wird das „Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV)“ von Krajewski (in Schneider, Küspert, & Krajewski, 2016) vorgestellt. Dieses Modell wurde gewählt, da es „nicht [voraussetzt], dass Säuglinge bereits exakte, diskrete Anzahlen unterscheiden und/oder gar erste Rechenhandlungen durchführen und/oder auch Eins-zu-eins-Zuordnungen beim Vergleich von Mengen durchführen können“ (Schneider et al., 2016, S. 35). Dies bedeutet, dass eine mangelhafte Vorstellung auf fehlendes Wissen und nicht auf eine mangelhafte Entwicklung zurückgeführt werden kann. Außerdem geht das ZGV-Modell davon aus, dass das Mengenbewusstsein von Zahlen und das Verständnis für Mengen und Größen zunächst nicht zusammenhängen, sondern sich separat entwickeln. „Es handelt sich um ein Entwicklungsmodell, dass die Einsicht in das kardinale Zahlverständnis als einen fortschreitenden Prozess versteht, der zuerst in einem kleineren Zahlenraum stattfindet und dann auf höhere Zahlenräume übertragen wird“ (Garrote, Moser Opitz, & Ratz, 2015, S. 25). Zur Erklärung des Modells wurden neben der Arbeit von Schneider et al. (2016) auch Garrote et al. (2015), Reichelt (2014), Scherer und Moser Opitz (2010) und Waaden (2017) herangezogen. Das ZGV-Modell basiert auf der Annahme, „dass sich das Zahlverständnis über das Zählen und den Umgang mit Zahlen entwickelt“ (Garrote et al., 2015, S. 25) und gliedert sich in drei Ebenen (Abbildung 4):

1. **Basisfertigkeiten**: Auf Ebene 1 sind zwei voneinander unabhängige Fertigkeiten verankert. Die Fähigkeit, Mengen zu unterscheiden, spielt sich zunächst auf einer räumlichen Ebene ab. Wenn also eine Menge mehr Raum einnimmt, wird sie als „mehr“ oder „größer“ erkannt, ohne genaue Mengenbestimmung. Weiterhin entwickelt sich die Zählfähigkeit und die Beherrschung der Zahlwortreihe, wobei die richtige Zählfähigkeit die Beherrschung der Zahlwortreihe voraussetzt. Mit der Zeit wird das „stable-order principle“ (Abschnitt 2.2) verstanden und eingehalten. Zu beachten ist, dass auf dieser

ersten Ebene Zahlwörter und Mengen noch nicht in Zusammenhang gebracht werden (ähnlich zum string level von Fuson in Abschnitt 2.1).

2. **Einfaches Zahlverständnis** (Anzahlkonzept): Auf der zweiten Ebene wird die Verbindung zwischen Zahlwörtern und Mengen geschlossen (ab ca. 3 Jahren). Dies geschieht in zwei Phasen. Zunächst ist das Konzept der Anzahlbestimmung unpräzise und das Kind kann einem Zahlenwort zwar die Aussage „viel“ oder „wenig“ zuordnen, eine genaue Bestimmung ist jedoch noch nicht möglich. Wird der Kardinalzahlaspekt weiter verinnerlicht, ermöglicht dies dem Kind, eine Menge präzise zu bestimmen und mit einer anderen zu vergleichen. Unabhängig davon entwickelt das Kind nicht-numerische Größenrelationen, also das Verständnis, dass Mengen aus zusammengesetzten Teilmengen bestehen (Teil-Ganzes-Beziehung). Auch das Prinzip der Invarianz entwickelt sich, d.h. dass sich eine Menge nur verändert, wenn etwas hinzugefügt oder weggenommen wird (Zu-/Abnahme), räumliche Veränderungen von Gegenständen innerhalb der Menge aber keine Auswirkung haben.

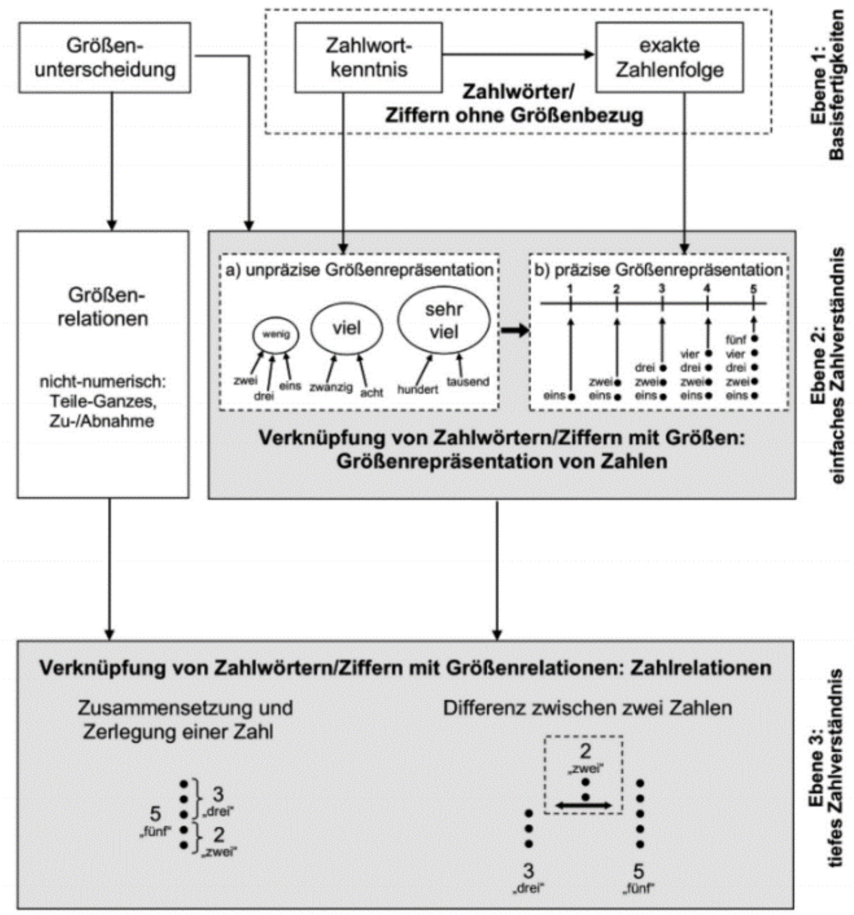


*Abbildung 4: Entwicklungsmodell der Zahlen-Größen-Verknüpfung (ZGV) von Krajewski (Waaden, 2017, S. 15)*

3. **Tiefes Zahlverständnis** (Anzahlrelation): In dieser Ebene verbinden sich die beiden bisher isolierten Teilfähigkeiten „Mengenrelationen“ und „Mengenbewusstsein von Zahlen“ zu der Fähigkeit „Mengenrelationen als Anzahlen“. Das in der zweiten Ebene erlangte Wissen über Mengen wird nun auf Anzahlen übertragen. Damit versteht das Kind, dass Zahlen in andere Zahlen zerlegt werden können und Relationen zwischen Zahlen durch andere Zahlen ausgedrückt werden können. Der Grundstein ist gelegt, um arithmetische Operationen zu verstehen und durchführen zu können.

Das beschriebene Modell kann als Diagnosewerkzeug eingesetzt werden. Hierzu werden zu jeder Ebene und jeder Fähigkeit Aufgaben gestellt, um herauszufinden, welcher das Kind zugeordnet werden kann. Dabei kann es sein, dass ein Kind in verschiedenen Zahlenräumen auf unterschiedlichen Ebenen steht (Waaden, 2017, S. 17). Abschließend lässt sich festhalten, dass es vor Beginn der Schulzeit bereits verschiedene Entwicklungsstufen zur Erschließung des kardinalen Zahlaspektes gibt. Laut dem Modell von Krajewski befinden sich die Kinder bei der Einschulung[1] gerade am Anfang von Ebene 3. Dies bietet einen Ansatzpunkt für den Lehrer, wobei auch beachtet werden muss, dass manche Schüler noch nicht in der dritten Ebene angekommen sind und manche sich bereits seit einiger Zeit dort befinden. Daher sind Aufgaben wichtig, die das Vorwissen der Schüler auf verschiedenen Ebenen aktivieren.

## 3.2 Formen der Unterrichtsgestaltung

„[D]ie Kinder dort ab[zu]holen, wo sie stehen“ (Padberg & Benz, 2011, S. 26), bedeutet, das vorhandene Wissen aus dem Alltag der Schüler in mathematische Kontexte zu bringen und zu festigen. Durch das ZGV-Modell Krajewskis ist der Entwicklungsprozess des Zahlenverständnisses in drei Ebenen aufgeteilt. Diese Aufteilung in die Fertigkeiten und deren Entwicklungsniveaus ermöglicht eine Einschätzung der Schüler und ihres Vorwissens. Durch individuelle Erfahrungen im Alltag jedes einzelnen Kindes unterscheidet sich jedoch dieses Vorwissen, was zu einer heterogenen Ausgangssituation führt (Diephaus, 2013, S. 43). Dem kann durch eine sinnvolle Unterrichtsgestaltung begegnet werden, was sich wiederum in der Art der Aufgaben wiederspiegelt. An dieser Stelle werden nur einige Unterrichtsmethoden aus einer Zusammenstellung in Mühlhausen (2017) exemplarisch

[1] Standardalter der Einschulung in Deutschland ist 6 Jahre, wobei die Einschulung mit 5 Jahren laut Nolte (2012) und Schellhaaß (2009) seit Jahren keine Seltenheit mehr ist.

aufgeführt und kurz erläutert. Sie werden an dieser Stelle mit keiner Wertung versehen, sondern dienen der Herleitung der Kategorien für die spätere Untersuchung:

- **Gruppenarbeit**: Die Schüler arbeiten gemeinsam in einer Gruppe von mindestens drei Schülern an einer Fragestellung. Der Lehrer initiiert diese Phase, bleibt jedoch währenddessen im Hintergrund.
- **Stillarbeit**: Die Schüler bekommen eine Aufgabe, die es in Einzelarbeit zu erledigen gilt. Der Lehrer ist hierbei für Fragen ansprechbar.
- **Rollenspiel**: Eine Situation, vorgegeben oder improvisiert, wird von den Schülern vorgespielt. Der Lehrer kann hierbei die Situation als „Regisseur“ leiten oder auch selbst mitspielen.
- **Kugellager**: Die Klasse bildet zwei Kreise, einen inneren und einen äußeren, so, dass jedem ein Partner gegenübersteht. Der Lehrer erteilt eine Aufgabe, wie beispielsweise: „Erzählt eurem Gegenüber, wo euch Zahlen im Alltag begegnen.“ Dann rotiert einer der Kreise, damit eine neue Gruppierung entsteht. Der Lehrer ist anleitend im Hintergrund tätig.
- **Stationsarbeit**: Die Schüler arbeiten eigenständig an den Stationen und können den Lehrer bei Fragen konsultieren.
- **Frontalunterricht**: Der Lehrer steht vor der Klasse und unterrichtet mittels Lehrervortrag, der durch Materialien und Aufschriebe an der Tafel gestützt wird. Die Schüler werden durch Fragen in den Unterricht einbezogen.
- **Stiller Impuls**: Durch einen visuellen oder auditiven Reiz wird ohne Ankündigung oder Erklärung ein Impuls in die Klasse hineingegeben, beispielsweise durch ein Bild an der Tafel. Dies soll die Aufmerksamkeit bündeln und das Interesse der Schüler wecken. Der Lehrer nimmt hierbei die Beobachterposition ein und leitet den anschließenden Dialog über das Gehörte/Gesehene.

Die genannten Methoden lassen sich auf einer übergeordneten Ebene entsprechend ihrem Fokus von lehrerzentriert bis schülerzentriert anordnen (Abbildung 5). Die dargestellte Anordnung soll nicht als feste Zuweisung der jeweiligen Methoden dienen, sondern als grobe Einordnung. Je nach Interpretation einer Methode können die Positionen variieren. Stations- und Stillarbeit sind hier der Mitte zugeordnet, da die Schüler zwar selbstständig arbeiten, der Lehrer jedoch für die anfängliche Erklärung und bei Fragen im Mittelpunkt steht. Bei der Gruppenarbeit kann der Lehrer ebenso konsultiert werden, Fragen können aber zunächst in der eigenen Gruppe besprochen werden.

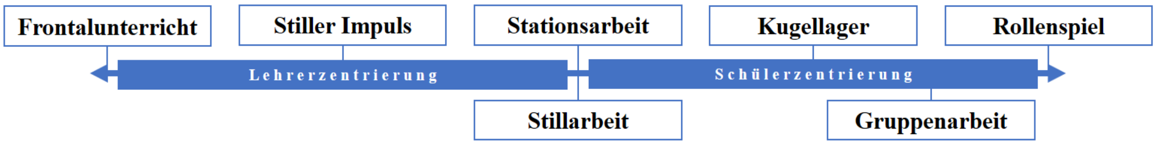


*Abbildung 5: Anordnung der Unterrichtsmethoden (auf Basis der Liste von Mühlhausen)*

Ein lehrerzentrierter Unterricht zeichnet sich durch den Fokus auf den Lehrer aus, wobei jener den Input für die Schüler liefert und durch die Stunde führt. Der fragend-entwickelnde Unterricht ist laut Leisen (2007) mit zwei Dritteln die meist angewendete Methode des lehrerzentrierten Frontalunterrichts. Hierbei gehen die Impulse, meist als Fragen, vom Lehrer aus und die Schüler reagieren entsprechend. Es kann von einem eher behavioristischen Zugang zum Lernen gesprochen werden, denn die Fragen werden oft mit dem Ziel, eine bestimmte Antwort zu bekommen, gestellt (Leisen, 2007).

Auf der gegenüberliegenden Seite der Skala stehen die schülerorientierten Methoden. Die Lehrperson fungiert hier weniger als Moderator der Stunde, sondern eher als Lernberater. In dieser Rolle bereitet der Lehrer eine passende Lernumgebung für die Schüler vor. Die eigenverantwortliche Auseinandersetzung mit dem Lernstoff wird angeregt. Die Lehrperson ist anwesend, hält sich aber im Hintergrund, um keinen vorgeschriebenen Weg zur Lösung der Problemstellung vorzugeben, damit insbesondere die Selbstständigkeit und Kreativität der Schüler gefördert werden. Eine Variante hiervon ist das „aktiv-entdeckende Lernen". „Aktiv-entdeckendes Lernen zeichnet sich aus durch ‚Erwerben' anstelle von ‚Beibringen' und ‚Vermitteln'" (Moser Opitz, 2002, S. 107). Die Methode verfolgt einen eher konstruktivistischen Ansatz, was bedeutet, dass sich die Schüler das Wissen selbst aneignen. Thematisch erfolgt, laut Moser Opitz (2002, S. 108), im Bereich der Mathematik eine Einschränkung auf folgende Grundideen: „Zahlenreihe; Rechnen, Rechengesetze, Rechenvorteile; Zehnersystem, Rechenverfahren; Arithmetische Gesetzmässigkeiten [sic] und Muster; Zahlen in der Umwelt; Übersetzung in die Zahl- und Formensprache". Der Lernberater gibt Hilfestellung, wenn sie benötigt wird.

Dieser kurze Exkurs zu den Unterrichtsarten und den damit verbundenen unterschiedlichen Stufen der aktiven Präsenz des Lehrers soll für die nachfolgende Untersuchung auf Formate der Schulbuchaufgaben übertragen werden. Hierbei tritt die Problemstellung auf, dass bei der Betrachtung einer Schulbuchaufgabe weder die Einwirkung des Lehrers noch die Ausgangssituation der Schüler miteinbezogen werden kann (Maier, Bohl, Kleinknecht, & Metz, 2013). Daher wird der Fokus auf die Aufgabe und ihr inhaltliches Ziel gelegt. Während beim lehrerzentrierten Unterricht der Fokus eher auf dem Ergebnis liegt, ist der

Erfolg bei einer schülerzentrierten Methode auch an der Art der Problemlösung und dem vollzogenen Prozess auszumachen. Demnach können Aufgaben danach eingestuft werden, ob sie auf ein richtiges Ergebnis abzielen oder der Prozess als Lerngegenstand gefördert wird. Für die Unterrichtsgestaltung sind beide Ansätze sinnvoll, wobei eine ausgewogene Mischung erfolgsversprechend zu sein scheint, da viele Methoden im Zwischenraum anzusiedeln sind (Abbildung 5).

## 3.3 Wege zur Erschließung des Zahlenraumes

Sobald festgelegt ist, in welcher Form der Unterricht gestaltet wird, kann die konkrete Planung in Bezug auf den Inhalt stattfinden. Im mathematischen Anfangsunterricht der ersten Klasse wird die korrekte Ziffernschreibweise trainiert und der Zahlenraum erschlossen. Parallel dazu lernen die Schüler die Zahlaspekte kennen und sammeln erste Erfahrungen im Zahlenraum. Dadurch entwickelt sich ein Gefühl und eine Vorstellung von Zahlen. Hasemann und Gasteiger (2014) führen hierzu drei verschiedene Vorgehensweisen an:

1) Man führt die Zahlen schrittweise eine nach der anderen ein: die Eins, die Zwei, die Drei, usw. bis zur Zehn.
2) Man führt einige Zahlen (z. B. 1 bis 4 oder 1 bis 6) ein und behandelt zunächst diesen begrenzten Zahlenraum. Erst anschließend werden die weiteren Zahlen - meist schrittweise - eingeführt (5 und 6, 7 und 8, 9 und 10).
3) Man betrachtet einen größeren Zahlenraum (1 bis 10 oder sogar 1 bis 20) als Ganzes mit dem Ziel der Systematisierung und Präzisierung des vorhandenen Wissens über diese Zahlen. (S. 90)

Die schrittweise Erschließung beinhaltet, dass jede Ziffer einzeln behandelt wird. Schulbücher, die auf diesem Prozess basieren, enthalten daher eine Seite, die alle Aspekte der Ziffer 1 abdeckt: Sowohl die Schreibweise als auch passende Abbildungen zu den verschiedenen Zahlaspekten. So soll an die Lebenswelt und die Erfahrungen der Kinder angeknüpft werden. Im Anschluss daran folgen die Ziffern 2, 3, usw. Auf diese Weise wird der Zahlenraum bis zehn schrittweise erschlossen. Durch die Zerlegung der aktuell behandelten Zahl wird die Verbindung zu den schon bekannten Zahlen hergestellt. Letztendlich entspricht das Konzept der schrittweisen Erschließung jedoch nicht der aktuellen Didaktik (Hasemann & Gasteiger, 2014).

Die oben aufgeführten Punkte 2) und 3) werden für diese Arbeit zusammengefasst zur „Ganzheitlichen Erschließung des Zahlenraumes“. Bei diesem Ansatz werden laut Hasemann und Gasteiger (2014) die Zahlen bis Zehn oder Zwanzig auf einmal, bzw. in größeren Päckchen (1 bis 5, dann 5 bis 10 oder 1 bis 10, dann 10 bis 20) eingeführt. Dieser

Ansatz „wird seit Mitte der 1990er Jahre von zahlreichen Schulbuchautoren [in Deutschland] favorisiert“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 93). Auf diese Weise kann früher damit begonnen werden, die Zahlen in einem mathematischen Kontext zu verwenden, beispielsweise bei einer Aufgabe zur Zahlzerlegung. „Wenn die Zahlen von 1 bis 10 im Kontext des Zehners [ganzheitlich] erarbeitet werden [...], können ausgehend von der >Kraft der Fünf< und der >Kraft der 10< zwischen den verschiedenen Zahlen [schnell] Beziehungen hergestellt werden“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 116). Da bei der Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit nur das Schulbuch betrachtet werden kann, beziehen sich die Aussagen zu diesem Aspekt auf das Gesamtkonzept des jeweiligen Buches. Bei der Erschließung des Zahlenraumes sollen bei den Schülern Vorstellungen zu Mengen und Zahlendarstellungen entstehen. Hierzu werden zusätzlich zur mündlichen Erklärung durch den Lehrer Anschauungsmaterialien, wie bildliche Darstellungen oder auch haptische Elemente verwendet.

## 3.4 Anschauungsmaterial für die Einführung des Kardinalzahlaspektes

Nach Bruner, Olver, und Greenfield (1988) kann Wissen auf drei verschiedenen Ebenen dargestellt werden, der enaktiven, der ikonischen und der symbolischen Ebene – das sogenannte E I S–Prinzip. Die enaktive Ebene ist die Ebene der Handlung, ein Sachverhalt wird also aktiv handelnd an einem Material bearbeitet und nachvollzogen. Auf der ikonischen Ebene werden Sachverhalte bildlich dargestellt, wobei eine Veranschaulichung in Form eines vorgegebenen oder selbst erstellten Bildes stattfindet, anstatt mit greifbarem Material. Dieses muss dabei nicht zwingend real verfügbar sein, sondern kann auch nur in der Vorstellung visualisiert werden. Die letzte ist die symbolische Ebene, welche das schriftliche Rechnen, z.B. 5 + 6 = ?, also die Darstellung einer mathematischen Begebenheit in Form von Zahlsymbolen und Rechenzeichen, beinhaltet. In der Didaktik ist dieser Übergang vom Konkreten zum Abstrakten kein Zufall, da eine tragfähige Vorstellung eines mathematischen Prozesses zunächst angelegt und dann gefestigt wird. Für einen dauerhaften Wissenszuwachs sollen im Unterricht alle drei Ebenen in verschiedenen Kontexten wiederholt aufgegriffen werden (Scherer & Moser Opitz, 2010). Dabei können Anschauungsmaterialien entweder die enaktive (z.B. Steckwürfel) oder die ikonische (z.B. ein Suchbild) Ebene ansprechen. Sie dienen dazu, eine tragfähige Vorstellung einer Handlung zu entwickeln, die daraufhin auf der symbolischen Ebene aktiviert und abgerufen werden kann. Auf diese Weise soll verhindert werden, dass eine Rechnung nur algorithmisch nach einem Schema abgehandelt wird, ohne dass eine konkrete Vorstellung des Vorgangs dahintersteht.

Hasemann und Gasteiger (2014) unterscheiden bei Materialien zwischen strukturierten, unstrukturierten sowie einer Mischform. Unstrukturiert bedeutet, dass keine vorgegebene „feste“ Form vorliegt, die Einzelteile also nicht nach einer vorgegebenen Konvention angeordnet werden müssen, wie in Abbildung 6. Es handelt sich um einzelne, lose Teile wie z.B. Plättchen, Steine oder andere Alltagsgegenstände. Diese eignen sich, um erste Zählübungen durchzuführen, Zählerfahrungen zu machen und eigene Strategien dahingehend zu entwickeln, wie eine Anzahl konkret ermittelt werden kann. Da hierbei keine Anordnung in Form von 5er- oder 10er-Bündelungen vorgegeben wird, kann ein Ergebnis entweder durch Abzählen, Simultanerfassung oder Quasi-Simultanerfassung in mehreren Bündeln erhalten werden. Auf Dauer ist eine Ablösung von einer zählenden Strategie das Ziel, um in höheren Zahlbereichen problemlos agieren zu können. Sobald der Zahlenraum über die Zehn hinausgeht, sollte das unstrukturierte Material abgelöst werden, denn bei einer zu großen Menge ist es anspruchsvoll, einen Überblick zu erlangen und die Menge entweder simultan oder quasi-simultan zu erfassen. Ein zählendes Vorgehen wird damit begünstigt Für die Ablösung ist insbesondere die Mischform geeignet, da eine Struktur angelegt ist, aber trotzdem einzelne bewegliche Elemente sichtbar bleiben. Als Beispiel führen Hasemann und Gasteiger das 20er-Feld und den 20er-Rechenrahmen an. Bei beiden ist sowohl die 5er- als auch die 10er-Struktur zu erkennen (Abbildung 6 und Abbildung 7). Beim 20er-Rechenrahmen ist zu beachten, dass die 5er-Struktur vorhanden ist, dargestellt mit Perlen in insgesamt nur zwei Farben, da sonst eine zählende Strategie begünstigt wird. Das strukturierte Material ist in einer festen Struktur angelegt, welche zunächst erlernt werden muss. Geld ist ein Beispiel, bei dem die Einteilung und Bedeutung der jeweiligen Münzen und Scheine bekannt sein muss, um damit umgehen zu können. Ein solch komplexes Anschauungsmaterial ist für die Einführung des kardinalen Zahlaspektes ungeeignet und wird nicht weiter beschrieben.

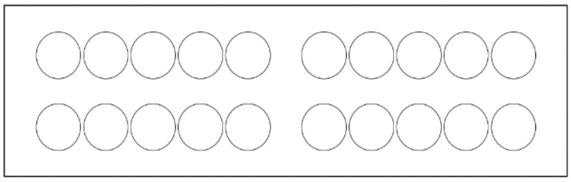

*Abbildung 6: 20er-Feld (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 121)*

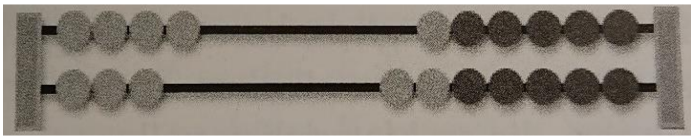

*Abbildung 7: 20er-Rechenrahmen (Schipper et al., 2015, S. 46)*

Die Autoren Hasemann und Gasteiger (2014), Käpnick (2014) sowie Leuders (2018) haben auf Basis ihrer Recherche Kriterien aufgestellt, nach denen ein geeignetes Anschauungsmaterial auszusuchen ist. Diese lassen sich auf drei Kernpunkte zusammenfassen:

- **Erlernbarkeit/Handhabbarkeit**: Die Struktur des Materials ist verständlich und die Handhabung bereitet den Kindern physisch keine Schwierigkeiten.
- **Erkennen von mathematischen Strukturen**: Der mathematische Vorgang wird sinnvoll und nachvollziehbar veranschaulicht. Dadurch kann eine tragfähige Strategie aufgebaut werden.
- **Vielfalt von Nutzungsmöglichkeiten**: Flexible Einsatzmöglichkeiten sind möglich, wodurch die Schüler die Möglichkeit haben, eigene Wege zu testen und zu erkunden.

Nach oben genannten Kriterien stellt Käpnick (2014) folgende Materialien für den Unterricht zur Verdeutlichung des kardinalen Zahlaspektes vor. Es werden hierbei nur diejenigen aufgeführt, die für den Anfangsunterricht geeignet sind, da sie entweder ohne Vorkenntnisse verwendet werden können oder zur Einführung eines bestimmten Aspektes dienen:

- **Situationsbilder**: Es handelt sich hierbei um realitätsnahe Bilder oder Bildfolgen, die eine Sachsituation darstellen, beispielsweise eine Gruppe Kinder auf dem Schulhof, von denen drei ein Brot in der Hand halten und zwei einen Ball. Wichtig ist, dass solch ein Bild den Zweck verfolgt, eine Zahl- oder Rechenbeziehung zu veranschaulichen; es handelt sich nicht um eine herkömmliche Zeichnung, die mit vielen Details ausgekleidet wurde. Schüler sind bildliche Darstellungen bereits gewohnt und können schnell damit umgehen. Die Bilder sollen die Kinder motivieren und die simultane Zahlerfassung anregen.
- **Darstellung unstrukturierter Mengen**: Hierbei handelt es sich meist um Bilder von alltäglichen Gegenständen wie Büroklammern oder Steinen. Diese sind ungeordnet dargestellt und die Aufgabe besteht darin, sie zu strukturieren, zu zählen oder beides zu kombinieren. Unstrukturierte Darstellungen dieser Art werden zum Bündeln, Strukturieren und späteren Schätzen im Zahlenraum bis 100 eingesetzt. Darüber hinaus ist ein Einsatz nicht sinnvoll, da das zählende Rechnen angeregt wird und das Zählen einer allzu großen Menge eher demotivierend wirkt. Im Zahlenraum bis 100 kann das

Anschauungsmittel jedoch dazu beitragen, eine tragfähige Zähl- und Bündelungsvorstellung zu entwickeln.

- **Darstellung strukturierter Mengen**: Eine Art dieser Darstellung sind Würfelbilder, die vielen Kindern in Deutschland bereits von klein auf bekannt sind (Diephaus, 2013). Durch das Einprägen dieser und anderer Zahlenbilder können Zahlstrukturen besser genutzt werden, da ein mentales Bild der Anordnung entsteht. Wichtig ist, verschiedene Zahlbilder zu behandeln, damit keine einseitige Vorstellung entwickelt wird. Das Wissen über mehrere Zahldarstellungen fördert den weiteren Ausbau der simultanen Zahlerfassung. Dies trägt dazu bei, die tragfähige Zählvorstellung auszubauen und eine tragfähige Zahlbeziehungsvorstellung anzulegen.
- **Zehner- bzw. Zwanzigerfeld und Zwanziger-Rechenrahmen**: Diese Mischformen (s.o.) helfen eine tragfähige Vorstellung zu Rechenbeziehungen aufzubauen. Außerdem wird das Stellenwertverständnis vertieft, da die 5er-, sowie die 10er-Struktur vorgegeben ist. Das Material ist trotzdem noch flexibel einsetzbar und erlaubt es den Schülern eigene Wege zu entdecken und individuelle Lösungsstrategien zu entwickeln.

Der gezielte Einsatz der genannten Materialien im Unterricht hilft den Kindern eine tragfähige Vorstellung von Strategien oder Aspekten zu entwickeln, also „Zählstrategien zu Gunsten operativer Strategien aufzugeben“ (Padberg & Benz, 2011, S. 40). Jedoch kann nicht jedes Material für jeden Vermittlungszweck eingesetzt werden, denn „[s]owohl eine ungeeignete Vorgehensweise als auch die Wahl eines ungeeigneten Materials können zu Schwierigkeiten [beim Erlernen von Zahlaspekten] führen“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 139). Bevor etwas sinnvoll im Unterricht genutzt werden kann, müssen die Strukturierung, die Handhabung und die Konventionen zunächst mit den Schülern thematisiert werden. Dadurch werden den Kindern die Vorteile vor Augen geführt und sie werden angeregt, dieses zu nutzen (Padberg & Benz, 2011). Obwohl eine Fülle an Materialien zur Verfügung steht, ist es sinnvoll, immer nur eines ausführlich zu thematisieren, da mehrere Materialien gleichzeitig zu Verwirrung führen und das richtige Durchdringen und Verinnerlichen einer Handlung verhindern können (Käpnick, 2014). In Bezug auf die Untersuchung der Schulbücher ist zu beachten, dass lediglich der generelle Einsatz von Material eingestuft werden kann, beziehungsweise ob die Nutzung von geeigneten Materialien gefördert wird. Der konkrete Umgang mit ihnen hängt vom Lehrer ab und kann nicht erfasst werden.

# 4 Vergleichende Untersuchung zweier Schulbücher

Das zweite und dritte Kapitel beleuchten den Kardinalzahlaspekt selbst, sowie Aspekte, welche die Übungsformate zu eben diesem beeinflussen, womit die erste der drei Forschungsfragen beantwortet ist. Die beiden übrigen Forschungsfragen, die in diesem Kapitel thematisiert werden, lauten:

2. Wie können diese Aspekte erfasst werden?
3. Wie werden diese Aspekte in zwei Schulbüchern aus Laos und Deutschland umgesetzt?

Nach einer Zusammenfassung der im ersten Teil erläuterten Merkmale des Kardinalzahlaspektes und der Übungsformate wird im Anschluss ein entsprechendes Kategoriensystem zur Untersuchung von Aufgaben vorgestellt, welches nach entsprechender Anpassung in der Untersuchung Anwendung findet.

## 4.1 Aspekte für die Untersuchung

Die in den vorigen Kapiteln ausgeführten Aspekte sind folgende:

- **Kardinalzahlaspekt**: Die Aufgabeninhalte werden anhand der nachfolgenden Gesichtspunkte eingeteilt: Jede Form der zählenden Mengenermittlung, bei der nicht die Reihenfolge im Vordergrund steht; Übungen, die das richtige Zählen nach den Zählprinzipien schulen, eine Mengenbestimmung oder auch einen Mengenvergleich fordern, sowie Aufgaben, bei denen eine geschriebene Ziffer einer Menge zugeordnet werden muss und umgekehrt.
- **ZGV-Modell**: Das Modell dient zur Einordnung eines Schülers in Abhängigkeit des Zahlenverständnisses. Die Aufgaben in den Schulbüchern werden anhand der Ebene, die sie ansprechen oder voraussetzen, klassifiziert (eins, zwei oder drei).
- **Unterrichtsgestaltung**: Für die Untersuchung wird der inhaltliche Fokus einer Aufgabe betrachtet. Die Bewertung erfolgt danach, ob der Fokus auf einem korrekten Ergebnis (produktorientiert) oder auf dem Lösungsweg (prozessorientiert) liegt.
- **Erschließung des Zahlenraum**: Bei dem jeweiligen Schulbuch wird bewertet, ob es sich um ein schrittweises oder ganzheitliches Konzept der Zahlenraumerschließung handelt.
- **Anschauungsmaterial**: Für die Untersuchung wird betrachtet, ob der Einsatz von Material angeregt oder gefordert wird. Falls dies so ist, wird ebenso erfasst, um welches Material es sich handelt.

## 4.2 Kategoriensystem für die Untersuchung

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Analyse beschäftigt sich mit den jeweiligen Aufgaben in einem Schulbuch. Es soll, mittels einer Bewertung anhand der eben zusammengefassten Aspekte, exemplarisch an zwei Schulbüchern erfasst werden, wie der Kardinalzahlaspekt in Laos und Deutschland durch Schulbuchaufgaben vermittelt wird.

Es existiert ein Feld der wissenschaftlichen Schulbuchforschung. Diese kann jedoch für diese Untersuchung nicht herangezogen werden, denn sie untersucht Schulbücher anhand einer übergeordneten Fragestellung nach bestimmten Kriterien, wie beispielsweise der unterschwelligen Vermittlung politischer Botschaften oder von Stereotypen über ein anderes Land(Fuchs & Sammler, 2015; Wiater, 2003). In dieser Arbeit werden politische Hintergründe oder ökonomische Situationen des jeweiligen Landes von der Analyse ausgeschlossen und reine Aufgabenforschung betrieben.

An der Universität Tübingen wurde zu diesem Zweck ein Beurteilungswerkzeug entwickelt, welches nah an der Unterrichtspraxis liegt und auch von Lehrern im täglichen Berufsleben eingesetzt werden kann. Maier et al. entwickelten 2010 ein „allgemeindidaktisches Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben", welches das Lernpotential einer Aufgabe bewertet. Dieses Kategoriensystem enthält sieben Kategorien (Abbildung 8) und kann als „überfachliches Analyseinstrument" (Maier et al., 2013, S. 12) von Aufgaben in Schulbüchern eingesetzt werden. Nachfolgend werden die Dimensionen des Kategoriensystems kurz erläutert (Maier et al., 2010; Maier et al., 2013; Maier et al., 2014), um ein Grundverständnis zu vermitteln (eine ausführliche Beschreibung der jeweiligen Dimensionen und Ausprägungen kann bei Maier et al., 2010 gefunden werden):

| Dimension | Ausprägungen | | | |
|---|---|---|---|---|
| Wissensart | Fakten | Prozeduren | Konzepte | Metakognition |
| Kognitiver Prozess | Reproduktion | Naher Transfer | Weiter Transfer | Problemlösen |
| Wissenseinheiten | Eine WE | Bis zu 4 WE | Mehr als 4 WE | |
| Offenheit | Definiert/konvergent | Definiert/divergent | Ungenau/divergent | |
| Lebensweltbezug | Kein | Konstruiert | Authentisch | Real |
| Sprachlogische Kompl. | Niedrig | Mittel | Hoch | |
| Repräsentationsformen | Eine | Integration | Transformation | |

*Abbildung 8: Überblick über das allgemeindidaktische Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben (Maier et al., 2010, S. 90)*

- **Wissensart**: In dieser Dimension wird die „Art des durch eine Aufgabenstellung tangierten Wissens“ (Maier et al., 2013, S. 28) in eine von vier Ausprägungen eingestuft. Faktenwissen bezieht sich beispielsweise auf konkrete, reproduzierbare Tatsachen, wohingegen sich prozedurales Wissen auf der nonverbalen Ebene abspielt. Die Autoren sprechen an dieser Stelle vom „‘Wissen, dass …‘ im Vergleich zu ‚Wissen, wie …‘“ (Maier et al., 2013, S. 29), um die beiden voneinander abzugrenzen.
- **Kognitiver Prozess**: Hierbei wird abgeschätzt, welche Art von Leistung für die Bearbeitung der Aufgabe erbracht werden muss. Wird bereits vorhandenes Wissen abgerufen (reproduziert) oder muss neues Wissen erlernt werden, um das Problem zu lösen?
- **Wissenseinheit**: Eine Wissenseinheit kann auch als Bearbeitungsschritt gesehen werden. Es wird bewertet, wie viele Arbeitsschritte durchgeführt werden müssen.
- **Offenheit**: In dieser Dimension wird die Art der Fragestellung erfasst. Wenn eine Aufgabenstellung eindeutig formuliert ist, wird oft genau ein Ergebnis gesucht. Eine Aufgabe kann aber auch offen gestellt sein und damit den Schülern die Freiheit lassen, durch verschiedene Lösungswege unterschiedliche Ergebnisse zu erhalten.
- **Lebensweltbezug**: Hierbei wird bewertet, inwieweit ein Bezug zum Alltag der Schüler hergestellt wird. Ist dies der Fall, wird differenziert, inwieweit die Situation konstruiert oder real ist.
- **Sprachlogische Komplexität**: Eine Aufgabenstellung kann wenig Text mit eindeutiger Aussage enthalten oder viel Text mit zusätzlichen Informationen, die für die Lösung irrelevant sind. Die Komplexität wird in drei Stufen eingeteilt.
- **Repräsentationsformen**: In der letzten Dimension wird eine Aufgabe danach untersucht, wie Informationen in der Aufgabe dargestellt werden und „[i]n welcher Form […] die Lösung erstellt [wird]“ (Maier et al., 2010, S. 90) muss. Die Lösung kann entweder in derselben Form dargestellt werden, in einer anderen, die aber in der Aufgabe gegeben ist oder sie muss in eine nicht vorgegebene Form gebracht werden.

Die Analyse dieser Arbeit beschränkt sich auf Schulbuchaufgaben der ersten Klasse zum kardinalen Zahlaspekt im Zahlenraum bis zehn. Das Kategoriensystem von Maier et al. (2010) ist sehr umfassend und nicht alle Dimensionen sind für diese Arbeit geeignet. Die drei Dimensionen Wissensart, Wissenseinheit und Sprachlogische Komplexität werden daher nicht genutzt. Die Aufgaben werden nur auf Basis von sich selbst und dem Bezug zu anderen Aufgaben bewertet, ein Einfluss von Schülern wird außer Acht gelassen. Die

Kategorie Wissenseinheiten erscheint wenig sinnvoll, da zur Einführung der Zahlen von nicht mehr als zwei Wissenseinheiten ausgegangen wird. Da die sprachliche Kompetenz im laotischen Buch nicht beurteilt werden kann, wird sie auch im deutschen Buch vernachlässigt.

Die Dimension „Kognitiver Prozess“ wird genutzt, da diese Einstufung es ermöglicht, das Konzept der Zahlenraumerschließung des Schulbuches zu erfassen. Die vier Kategorien werden zu folgenden drei zusammengefasst: Neuer Inhalt, Reproduktion, Transfer/Problemlösen. Da zu Beginn des ersten Schuljahres neue Inhalte eingeführt und gleichzeitig bereits bekannte vertieft werden, erscheint die Kategorie „Neuer Inhalt“ sinnvoll. Das Prinzip der Dimension „Offenheit“ wird als „Fokus der Aufgabe“ übernommen, wobei die Art der Aufgabe betrachtet wird. Es wird davon ausgegangen, dass es zu Beginn der ersten Klasse wenig bis keine Aufgabentexte gibt und die Aufgabenstellungen eher durch bildliche Darstellungen verdeutlicht werden. Dafür werden die Ausprägungen produktorientiert und prozessorientiert genutzt. Der „Lebensweltbezug“ wird ebenso übernommen, die Ausprägungen jedoch auf drei reduziert: Kein, konstruiert, authentisch. Die letzte Form wird bewusst weggelassen, da es subjektiv erscheint, eine Situation als real einzuschätzen. Auch die siebte Dimension „Repräsentationsformen“ kann nur in der Grundidee übernommen werden, da, wenn in der Schule die Ziffern und Buchstaben gelernt werden, höchstens die zweite Ausprägung (Integration) gefordert wird. Diese Dimension wird „Materialeinsatz“ genannt, da ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts das Kennenlernen von Materialien ist und enthält folgende Ausprägungen: Ja, nein, freiwillig. Freiwillig kann der Einsatz von Material sein, wenn es für die Lösung genutzt werden kann, aber nicht vorgeschrieben ist.

Zusätzlich dazu werden ebenfalls die übrigen zwei Aspekte, die in dieser Arbeit vorgestellt wurden, als Dimensionen übernommen. Zum einen wird die Dimension „ZGV-Ebene“ betrachtet mit den Ausprägungen Ebene 1, Ebene 2 und Ebene 3. Zum anderen wird die Dimension „Kardinalzahlaspekt“ hinzugefügt mit den Ausprägungen Mengenerfassung, Mengenvergleich, Zählprinzipien und Zahlenbild-Menge. Auf diese Weise ergibt sich das in Tabelle 2 dargestellte Kategoriensystem mit sechs Dimensionen zur Analyse von Aufgaben zum Kardinalzahlaspekt.

*Tabelle 2: Kategoriensystem zur Analyse von Aufgaben zum Kardinalzahlaspekt (nach Maier et al., 2013, S. 27)*

| | Dimension | Ausprägungen | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Fokus der Aufgabe** | Produktorientiert | | Prozessorientiert | |
| 2 | **Kognitiver Prozess** | Reproduktion | Neuer Input | | Transfer/ Problemlösen |
| 3 | **Kardinalzahlaspekt** | Mengenerfassung | Mengenvergleich | Zählprinzipien | Zahlenbild-Menge |
| 4 | **Lebensweltbezug** | Kein | Konstruiert | Authentisch | |
| 5 | **ZGV-Ebene** | Eins | Zwei | Drei | |
| 6 | **Material** | Ja | Nein | freiwillig | |

## 4.3 Untersuchung beider Schulbücher

Bei der Untersuchung werden die in Betracht kommenden Aufgaben nach dem erstellten Kategoriensystem (Tabelle 2) beurteilt. Hierfür wird mittels Microsoft Excel® eine Tabelle erstellt, in welcher zunächst die Seite, das Thema und die Nummer der jeweiligen Aufgabe festgehalten wird. Im Feld daneben wird die Aufgabe erklärt. Im Anschluss daran werden die sechs Kriterien bearbeitet, also für jedes Kriterium eine der aufgeführten Auswahlmöglichkeiten gewählt. In der letzten Spalte ist zusätzlicher Raum für Ausführungen oder Anmerkungen. Da die beiden Bücher nicht auf der gleichen Basis aufbauen und aus unterschiedlichen Ländern stammen, handelt es sich um eine rein deskriptive Untersuchung, ein direkter Vergleich ist also nicht möglich. In den folgenden Abschnitten wird zu jedem Buch kurz der jeweilige Bildungsplan vorgestellt, woraufhin ausgewählte Beobachtungen aus der Analyse beschrieben werden und im Anschluss daran die gefundenen Beobachtungen einander gegenübergestellt werden. Die komplette Auswertung ist im Anhang der Arbeit zu finden, die eingescannten Buchseiten sind auf dem beigefügten Datenträger einzusehen. Aufgaben, die inhaltlich mit der Zahlzerlegung zu tun haben, werden nur erfasst, wenn die symbolische Ebene dabei nicht im Vordergrund steht. Ist dies nicht der Fall und sind bereits Rechenzeichen und Terme in der Aufgabe abgebildet, stellt dies eine erste Verbindung zum Ordinalzahlaspekt dar. Da bei der Untersuchung „lediglich schriftlich fixierte Aufgaben zur Verfügung [stehen] und […] weder auf einen bestimmten Unterrichtskontext oder eine bestimmte Schülergruppe [zurückgegriffen werden kann], muss […] von einem 'idealtypischen' Lösungsweg einer Aufgabenstellung [ausgegangen werden]" (Maier et al., 2013, S. 13). Dies bedeutet, dass eine Thematik, die zuvor bereits in einer anderen Aufgabe behandelt wird, zur Bewertung der aktuellen Aufgabe als bekannt gilt. Außerdem wird von einem einzigen Lösungsweg ausgegangen.

In beiden Ländern wurde ein Bildungsplan veröffentlicht, der die Grundlage des jeweiligen Buches darstellt. Der Bildungsplan für das Fach Mathematik in Baden-Württemberg wurde 2016 veröffentlicht. Die Version des laotischen Bildungsplanes[2], die für diese Arbeit vorliegt, ist aus dem Jahr 1998. Dies entspricht nicht der aktuellsten, jedoch der ausführlichsten Version in deutscher Übersetzung. Außerdem entspricht der inhaltliche Aufbau dem untersuchten, landesweit eingesetzten Mathematikbuch, welches vom dortigen Bildungsministerium (RIES = Research Institute of Educational Science) entwickelt wurde. Das hier untersuchte Exemplar wurde 2007 veröffentlicht. In Baden-Württemberg dagegen gibt es eine Vielzahl von Schulbüchern unterschiedlicher Verlage. Aus dieser Vielzahl wurde das Mathebuch „Das Zahlenbuch 1“ (Klettverlag, 2017) für die Untersuchung ausgewählt, da es 2017 zum Schulbuch des Jahres gewählt wurde (GEI - Georg Eckert Institut, 2017).

### 4.3.1 Der laotische Bildungsplan

Der Bildungsplan in Laos (Ministerium für Bildungswesen Laos, 1998) enthält eine konkrete Aufstellung, wann welcher Inhalt für welche Zeitspanne im Unterricht behandelt werden soll. Demnach wird das Fach Mathematik in der ersten Klasse in drei Wochenstunden à 50 Minuten unterrichtet. Das Schuljahr ist in Wissensblöcke und Lektionen aufgeteilt und für jede Lektion ist kurz der Inhalt festgehalten. Für diese Arbeit interessant sind die ersten drei Blöcke, wobei nicht auf das Thema Addition eingegangen wird. Diese ersten Blöcke sind „Unterschiede/ Ähnlichkeiten/ Relationen“, „die Zahlen 0 – 7“ sowie „Addition & Zahlen 8 – 10“. Die Zeiteinteilung des Schuljahres legt mit 61 von 96 Schulstunden einen klaren Fokus auf das Themenfeld „Zahlen und Kalkulation“. Die Zahlen 0 - 100 sind planmäßig bis Ende Klasse 1 durchzunehmen. Dieses vergleichsweise schnelle Vorgehen kann seinen Ursprung in der anderen Zahlwort-Struktur der laotischen Sprache haben. Die Zahlwörter in Laos sind logisch aufbauend, es gibt je ein Wort für die Zahlen 0 bis 10, die Zahl 11 wird „10-1“ gesprochen, usw. Die Zahl 20 hat einen speziellen Namen, die übrigen Zehner werden nach dem Prinzip 30 = 3x10 benannt ("Counting numbers in Laos", 2018). Dieser Aufbau der Zahlwörter ist im Gegensatz zu den deutschen Zahlwörtern weniger komplex zu erfassen und ähnelt unter anderen auch dem chinesischen oder thailändischen Aufbau.

---

[2] Eine Kopie der deutschen Übersetzung dieses Bildungsplanes liegt dem Autor, dank der freundlichen Leihgabe von Frau Professor Doktor I. Martin, zum Zeitpunkt des Erstellens dieser Arbeit vor.

### 4.3.2 Untersuchungsergebnisse der Analyse des laotischen Schulbuches

Das vorliegende Buch wurde vom RIES (Lao Research Institute of Educational Science) im Jahr 2007 veröffentlicht und wird zurzeit an den beiden im Projekt befindlichen Grundschulen „Ban Sikeud Primary School“ und „Ban Phang Heng Primary School“ in Laos zum Unterrichten in der ersten Klasse verwendet. Das Buch ist in Vollfarbe gedruckt, enthält 183 Seiten und besteht aus 43 Lektionen. Jede Aufgabe trägt zusätzlich zum Aufgabentext auch einen Titel, der den thematischen Inhalt weiter spezifiziert. Behandelt beispielsweise ein Kapitel die Zahlen 1 - 5, gibt es dort eine Aufgabe mit der Überschrift „Die Zahlen 1 - 3“. Bis auf die eigentlichen Ziffern und Rechenzeichen ist das Buch vollständig in laotischer Sprache geschrieben. Bei einem Großteil der Aufgaben geht der Sinn der Aufgabe aus den Abbildungen hervor, ist dies nicht der Fall, so wurde die Übersetzung hinzugefügt. Für die Untersuchung wurden insgesamt 55 Aufgaben begutachtet.

In Lektion 5 beginnt das Thema der Zahlenraumerschließung mit den Zahlen 1 bis 5, nachdem in den Lektionen davor räumliche Beziehungen und Größenverhältnisse behandelt wurden. Im Buch werden die Zahlen, wie als zweite Vorgehensweise in Abschnitt 3.3 beschrieben, zunächst in einem großen, dann in kleineren Schritten eingeführt. Nach der Thematisierung der ersten fünf Zahlen folgen fünf Lektionen zu räumlichen Relationen, Gewichten und geometrischen Formen. Darauf folgt die Einführung der Ziffer 0, bevor es mit kleinen Unterbrechungen in Zweierschritten im Zahlenraum weitergeht, bis hin zur Einführung der Zahl 10 in Lektion 18.

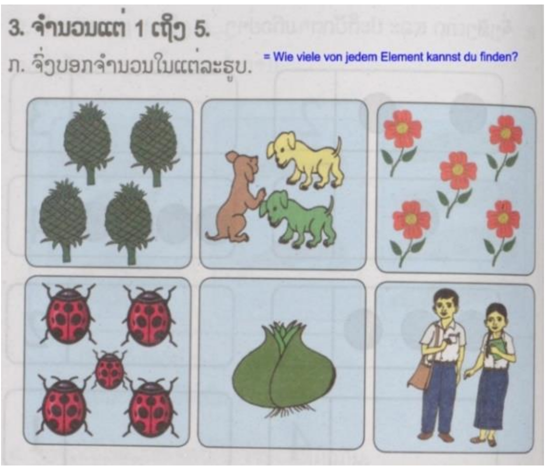


*Abbildung 9: S.19, Nr. 3 a) - Zahlen 1 – 5 (RIES, 2007, S. 19)*


*Abbildung 10: S.39, Nr. 2 a – Zahl 7 (RIES, 2007, S. 39)*

Bei jeder Einführung einer neuen Zahl ist die erste Aufgabe eine Form der zählenden Mengenerfassung (Abbildungen 9 und 10), wobei sowohl die neue Zahl, als auch andere, bereits bekannte Zahlen, thematisiert werden. Im Anschluss daran wird in einer anderen

Aufgabe nochmals dasselbe verlangt, jedoch mit anderen Repräsentanten. Bildliche Darstellungen werden auf fast jeder Seite des Buches eingesetzt. Sie scheinen an die Lebenswelt der Kinder angelehnt zu sein, da es sich zum Großteil um Obst, Gemüse, Blumen und Tiere handelt. Eine Schwierigkeit in Bezug auf schnelles Sehen der Zahlen und damit die Ablösung der rein zählenden Mengenerfassung ist die fehlende Strukturierung bei der Anordnung der Elemente in den Abbildungen. Bei wenigen Elementen (Abbildung 9) fällt dies nicht ins Gewicht, aber bei höheren Zahlen (Abbildung 10) kann die Anzahl somit nur durch Zählen erfasst werden. Die Elemente sind willkürlich angeordnet, es wird keine einheitliche Strukturierung eingeführt. Aus diesem Grund werden viele Aufgaben in der vorliegenden Untersuchung auf die Zählprinzipien zurückgeführt (30 von 55). Diese sind notwendig, um das Ergebnis zu erhalten, was zur Folge hat, dass sich die Mehrheit der Aufgaben (33 von 55) auf der zweiten Ebene des ZGV befindet.

Im Anschluss an die Mengenerfassung folgt eine weitere Aufgabe, bevor die Schreibweise der aktuellen Zahl thematisiert wird. Diese Aufgabe kommt in verschiedenen Ausführungen vor, der grobe Aufbau der Kapitel, in welchen neue Zahlen eingeführt werden, stimmt jedoch bei allen überein.

Bei der Auswertung stellte sich heraus, dass die erste Kategorie „Fokus der Aufgabe" hinfällig ist, da die meisten Aufgaben sich um die Mitte herum ansiedeln und ohne unterrichtlichen Kontext keine Bewertung stattfinden kann. Daher wurde keine Aufgabe des laotischen Buches in der ersten Kategorie bewertet - die Abstufung wäre zu komplex gewesen.

Neuer Inhalt wird im laotischen Schulbuch hauptsächlich in Form einer neuen Zahl oder einer anderen Art von Übung geliefert (35 von 55). Neben einer Transferaufgabe wiederholt sich der Rest der Aufgaben nach demselben Schema und greift auf reproduzierbares Wissen zurück (19 von 55). In keiner der Aufgaben wird auf Material Bezug genommen oder Material vorgestellt. Dies bedingt auch, dass keine Aufgabe eine authentische Situation aus der Lebenswelt der Kinder behandelt. Sämtliche Aufgaben, in denen Bilder von aus dem Alltag bekannten Objekten genutzt werden, beispielsweise Kinder oder Hunde, werden dem konstruierten Lebensweltbezug zugeordnet (34 von 55).

Zum Thema Mengenvergleich wird die zählende beziehungsweise simultan-erfassende Methode behandelt (Abschnitt 2.2). Die Eins-zu-Eins-Zuordnung wird im Buch nicht angesprochen. Es wurden nur zwei Aufgaben dem konkreten Mengenvergleich zugeordnet, da die Menge simultan oder quasi-simultan erfassbar war. Bei der ersten Aufgabe zum Mengenvergleich (Abbildung 11) wird dieser mittels „<, >, =“ bestimmt. Die Umkehrung der symbolischen Darstellung ist bei der Anordnung allerdings ungünstig, da der untere Ausdruck nicht zur bildlichen Darstellung passt.

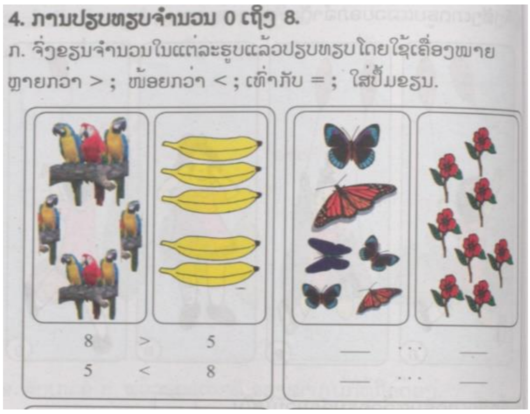

*Abbildung 11: S.47, Nr. 4 a) – Mengenvergleich 0 bis 8(RIES, 2007, S. 47)*

Eine weitere Art von Aufgabe, die insgesamt sechs Mal beobachtet wurde, ist das Darstellen einer Zahl in einem „Turm“. Wie in Abbildung 12 zu sehen, ist hier eine Zahl im Rechteck unter dem „Turm“ eingetragen. Die Aufgabe besteht darin, den „Turm“ mit Punkten, Kreisen oder ausgemalten Feldern entsprechend zu füllen. Auf den ersten Blick erinnert diese Darstellungsform an das 20er-Feld (Abbildung 6), jedoch ändert sich diese hier je nach behandelter Zahl. Mit den Kästchen in einer Reihe kommt der Turm mit fünf (S.20), mit sieben (S.36 und S.40) oder mit acht (S.43) Elementen vor. In Lektion 18 wird das Modell erneut aufgegriffen, nun mit zwei Reihen zu jeweils sieben Kästchen. Allgemein ermöglicht die wechselnde Einteilung der Darstellungsform ohne 5er- oder 10er-Struktur keine tragfähige Vorstellungsentwicklung von Zahlen. Die Kästchen sind zudem ungleichmäßig groß, was entgegen der Vorstellung wirkt, dass jedes Element in der Zahlenreihe genau um eins größer oder kleiner ist als der Nachbar.

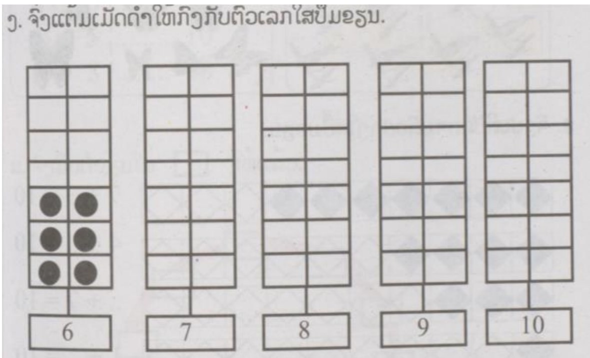

*Abbildung 12: S.78, Nr. 1 d) – Zahl 10 (RIES, 2007, S. 78)*

Das Thema Zahlzerlegung wird in Lektion 14 zum ersten Mal thematisiert. An dieser Stelle wird die Zerlegung einer Zahl anhand eines Bildes mit Tieren dargestellt, welches durch eine gestrichelte Linie unterteilt wird. Darunter ist der passende Term geschrieben. Abbildung 13 zeigt das Beispiel im Buch, welches den Vorgang verdeutlicht.

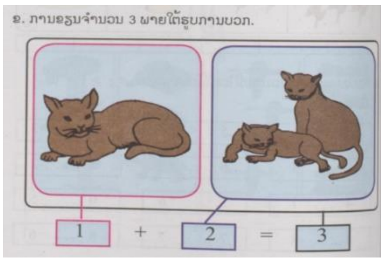

*Abbildung 13: S.49, Nr.1 b) - Zerlegung 0-3 (RIES, 2007, S. 49)*

Die Darstellungsform wird in weiteren Aufgaben genutzt, dabei wechselt das Bild und variiert zwischen Formen, Gegenständen und Tieren.

Ab der Zahl Sieben werden neue Darstellungsformen unterschiedlicher Natur vorgestellt (Abbildung 14). Es werden die Zerlegungen der Zahlen 7 - 10 gezeigt, teilweise zum Ergänzen, teilweise als reine Veranschaulichung. Um die Aufteilung zu erkennen, ist ein Teil der abgebildeten Formen eingefärbt. Diese sollten jedoch nebeneinander liegen, da sonst, wie im Bild der vierten 9er-Zerlegung, der Eindruck erweckt wird, dass die Zahl Neun in fünf anstatt zwei Teile zerlegt wird, also 9 = 1 + 2 + 3 +2 + 1. Dies ist zwar durchaus möglich, jedoch in Verbindung mit dem angegebenen Term nicht sinnvoll und kann zu Verständnisschwierigkeiten führen. Die verschiedenen Darstellungsarten erwecken den Eindruck, dass jede Zahlzerlegung ein neues Thema sei, anstatt die Erweiterung eines bekannten Konzepts. Ursprünglich sollten in der Untersuchung keine Aufgaben betrachtet werden, die Rechenterme enthalten, da dies schon die Verbindung zur Zahlenreihe und damit dem Ordinalzahlaspekt darstellt. Im laotischen Schulbuch stellt diese Art von Darstellung, mit Ausnahme des ersten Kapitels, die einzige Darstellung für Zahlzerlegungen dar. Mit Ausnahme der Abbildung auf Seite 79 entsprechen die übrigen Darstellungen ebenfalls nicht dem darunter abgedruckten Term der Zerlegung.

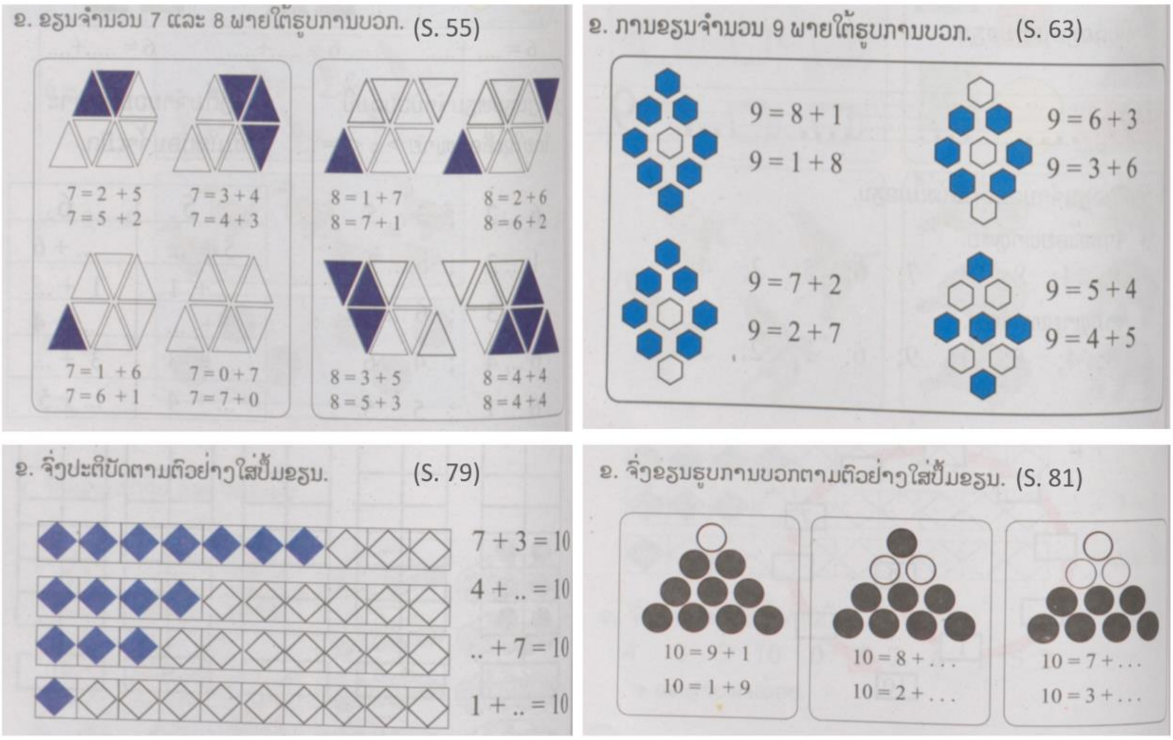


*Abbildung 14: Verschiedene Veranschaulichungen der Zahlzerlegungen - (RIES, 2007) - Seitenzahlen in der Abbildung*

### 4.3.3 Der Bildungsplan des Landes Baden-Württemberg

Der Bildungsplan für das Land Baden-Württemberg (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016) ist kompetenzorientiert, d.h. die Ziele werden als Kompetenzen dargestellt, die die SuS am Ende der jeweiligen Klassenstufen erworben haben sollen. Hierbei werden die Klassen eins und zwei, sowie die Klassen drei und vier zusammengefasst. Im Themengebiet „Zahlen und Operationen“ wird die Kompetenz „Zahldarstellungen und Zahlbeziehung verstehen“ in acht Teilkompetenzen unterteilt. Die vier für diese Arbeit relevanten sind folgende:

1) Flexibel vorwärts und rückwärts zählen, Zahlen ordnen und Anzahlen geschickt durch Zählen ermitteln
2) Anzahlen simultan und quasi-simultan erfassen und nennen [...] sowie Anzahlen auf verschiedene Weise darstellen [...]
3) Zahleigenschaften und Zahlbeziehungen erkennen, beschreiben und darstellen [...], insbesondere Zahlzerlegungen
4) Zahlen bis 100 sprechen, lesen und in Ziffern schreiben (S. 12 f.)

Ab dem Schuljahr 2018/19 wird das Fach Mathematik mit 21 Jahreswochenstunden à 45 Minuten in der Grundschule unterrichtet. Es gilt zu beachten, dass diese Anzahl für die Schulen zwar verbindlich ist, von jeder Einrichtung aber selbst auf die vier Schuljahre verteilt werden darf (Kultusministerium & Klahr, 2016).

### 4.3.4 Untersuchungsergebnisse der Analyse des baden-württembergischen Schulbuches

Das „Zahlenbuch 1“ (Wittmann & Müller) wurde 2017 vom Klettverlag veröffentlicht, wobei die Reihe für mehrere Bundesländer produziert wird. Es handelt sich hier um die Version für das Land Baden-Württemberg. Das Buch enthält auf 148 Seiten 17 Themengebiete, wobei auf jeder Doppelseite eine Überschrift mit dem genaueren Inhalt zu finden ist. Das Buch ist in Vollfarbe gedruckt und komplett in deutscher Sprache. Für die Untersuchung wurden 30 Aufgaben begutachtet. Zusätzlich gibt es für die Schüler ein Arbeitsheft mit Übungssoftware und bei Bedarf ein Förderheft. Da es diese zusätzlichen Formate in Laos nicht gibt, werden sie in der Untersuchung nicht berücksichtigt. Außerdem enthält das Buch selbst vier Kategorien, nach denen die Aufgaben bereits kategorisiert sind: Grundlagen aufbauen und sichern, Zusammenhänge entdecken und anwenden, Beziehungen reflektieren und nutzen, Aufgaben finden und selbstständig üben. Am unteren Rand jeder Seite ist zu jeder Aufgabe eine Kurzerklärung formuliert. Auch ist die Seitenzahl neben der eigentlichen Zahl im 100er-Punktefeld dargestellt. Als Materialien sind dem Buch ein 20er-

Punktefeld, ein 20er-Punktestreifen (nummeriert), Ziffernkarten von 0 – 20 (mit entsprechendem Punktebild auf der Rückseite), 20 Wendeplättchen sowie 5er- und 10er-Punktestreifen zum Wenden beigelegt.

Das erste Thema im Buch lautet „Entwicklung des Zahlbegriffs“, wobei direkt auf Seite vier die Zahlen 1 - 10 mitsamt Punktebildern dargestellt sind. Dies entspricht der dritten, ganzheitlichen Vorgehensweise aus Abschnitt 3.3. Die Zahl Null wird ab Seite 8 mit in der Zahlenreihe thematisiert, aber nicht besonders hervorgehoben. Auf der ersten Doppelseite (4/5) werden Würfelbilder, reale Abbildungen von Gegenständen, sowie Fingerbilder aufgegriffen. Dies stellt einen konstruierten Lebensweltbezug dar, da ein Großteil dieser Gegenstände (Apfel, Eier, Hand, Würfel) den Kindern bekannt sein kann, die Gegenstände jedoch nicht real vorliegen. Die Aufgaben 1 und 4 bestehen darin, ein Würfelbild mit der dazu passenden Abbildung von Gegenständen und dann mit dem passenden Fingerbild zu verbinden. Die Aufgabenstellung wird durch ein eingezeichnetes Beispiel, wie in Abbildung 15 zu sehen ist, verdeutlicht. Das Sprachniveau im Buch wird nicht bewertet, aber es fällt auf, dass wenig Text zu den Aufgaben steht und diese durch eingezeichnete Beispiele veranschaulicht werden. Außerdem wurde auch bei diesem Buch von einer Bewertung anhand des ersten Kriteriums „Fokus der Aufgabe“ abgesehen, da die Aufgaben oft mehr als einen Aspekt verfolgen und meist keine konkrete Einteilung vorgenommen werden kann, mit Ausnahme von fünf Aufgaben, bei welchen die Schüler in Partnerarbeit arbeiten sollen. Bei Partnerarbeit ist eine stärkere Prozessorientierung festzustellen (Abschnitt 3.2).

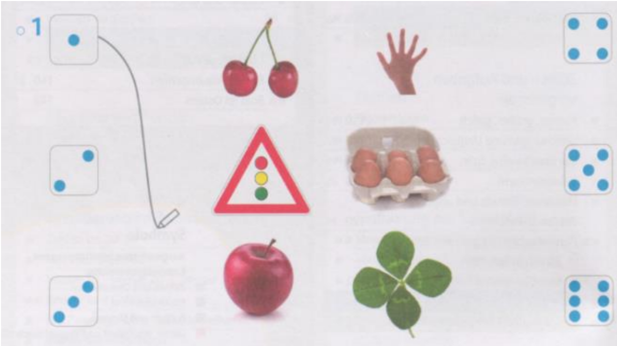

*Abbildung 15: S.4, Nr. 1 - Entwicklung des Zahlbegriffs (Wittmann & Müller, 2017, S. 4)*

Da die Zahlen bis zehn auf den ersten Seiten bereits vorgestellt wurden, werden sie durch nachfolgende Aufgaben aufgegriffen. Die Doppelseite 6/7 behandelt das Zählen. Es sind das Bild eines Klassenzimmers (Abbildung 16) und das eines Schulhofs dargestellt. Darunter sind Gegenstände abgebildet, die es zu zählen gilt. Der erste Schritt ist das Finden der jeweiligen Gegenstände und das Anfertigen einer Strichliste, wobei hierfür keine Konvention vorgegeben ist. Diese handelnde Tätigkeit wird als neuer Input eingestuft, da das Anfertigen der Strichliste die Ergebnissicherung auf eine neue Art ermöglicht. Außerdem ist das Ergebnis für die Kinder selbst nachprüfbar, ohne die Elemente erneut ganz erfassen zu müssen. Somit wird eine Strategie zum strukturierten Zählen vermittelt. Bei dieser Aufgabe wird kein Anschauungsmaterial verwendet, aber durch die Abbildungen bekannter Szenarien wird ein Lebensweltbezug konstruiert. Im ZGV-Modell befindet sich diese Aufgabe auf der zweiten Ebene. Es geht vorerst um die richtigen Zählprinzipien, da beispielsweise ein Gegenstand nicht doppelt erfasst werden darf (Abschnitt 2.1, Eindeutigkeitsprinzip). Die Zählprinzipien stehen im Vordergrund, wobei anzumerken ist, dass diese Aufgabe aus mehreren Teilen besteht. Im ersten Teil, der Erfassung der Anzahl der Gegenstände, geht es um die Zählprinzipien und die Anfertigung der Strichliste. Im zweiten Teil soll die Strichliste erfasst und das Ergebnis als Zahl aufgeschrieben werden. Dies kann zählend, aber auch durch Simultanerfassung geschehen, abhängig davon, wie die Liste erstellt wurde. Ähnlich wie diese Aufgabe sind auch viele andere Aufgaben im Zahlenbuch mehrschichtig, wodurch eine eindeutige Zuordnung erschwert wird. Daher wurde versucht, den wichtigsten oder präsentesten Aspekt der Aufgaben zu bewerten.

*Abbildung 16: S.6, Nr. 1 – Zählen und Erzählen (Wittmann & Müller, 2017, S. 6)*

Zahldarstellungen sind von Anfang an im 10er-Punktefeld (ab Seite 19 auch im 10er-Punktestreifen), sowie als Fingerbild präsent und werden in neuen Kontexten aufgegriffen. Durch die kontinuierliche Nutzung in verschiedenen Kontexten entsteht eine tragfähige Vorstellung der Zahlen. Die Materialen werden zunächst separat thematisiert (Fingerbilder S.11, 10er-Punktefeld S.18, 10er-Punktestreifen S.19) und im Anschluss zusammengeführt (Abbildung 17). Diese Aufgabe wird als Transferaufgabe eingestuft. Das Fingerbild soll erkannt, der 5er-Streifen um die entsprechenden Punkte ergänzt und zum Schluss die passende Zahl aufgeschrieben

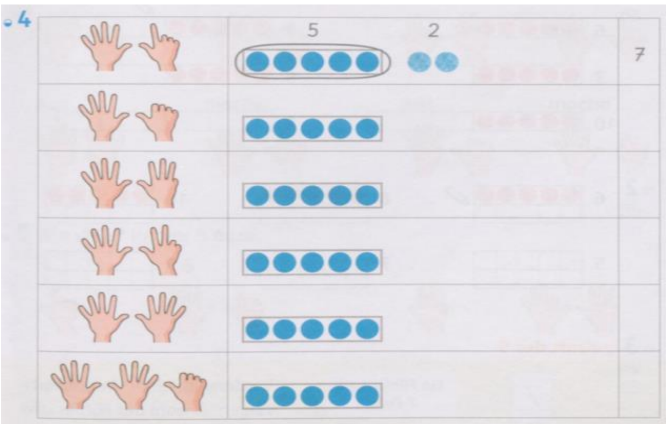

*Abbildung 17: S.21, Nr.4 - Kraft der 5 (Wittmann & Müller, 2017, S. 21)*

werden. Die Zahlenbild-Mengen-Zuordnung steht im Vordergrund, da die Fingerbilder bereits behandelt wurden und dadurch ohne Zählen erkannt werden können.

Auf Seite 22 beginnt das Thema der Zahlzerlegungen, welches zunächst durch die „Kraft der 5“ eingeführt wird. Dabei handelt es sich um ein Konzept, welches zuerst die 5 und später die Zahl 10 als Stützpunkte nutzt. Zahlbeziehungen werden verstärkt zur fünf und zur zehn trainiert, damit bei der weiteren Erschließung des Zahlenraums darauf zurückgegriffen werden kann. Da die „Kraft der 5“ fokussiert wird, behandelt die erste Doppelseite zu den Zahlzerlegungen (Seite 18/19) die Zahlen von 5 – 10 in Bezug zur Fünf. In der ersten Aufgabe wird mit den 10er-Punktestreifen gearbeitet, wobei schon fünf Felder ausgemalt sind und die Aufgabe darin besteht, passend zur nebenstehenden Zahl die entsprechende Anzahl an Felder hinzuzufügen. Im Anschluss daran wird dasselbe Prinzip am 10er-Punktefeld geübt und dann mittels Fingerbildern die Zerlegungen anderer Zahlen thematisiert. Weitere Übungen, in denen der Übertrag auf den schriftlichen Rechenausdruck vorkommt, wurden aufgrund der Verbindung zum ordinalen Zahlaspekt nicht erfasst.


*Abbildung 18: S.28, Nr.2 - Mengen vergleichen (Wittmann & Müller, 2017, S. 28)*

Der Mengenvergleich wird erstmalig auf Seite 28 thematisiert, wobei die Strategie der Eins-zu-Eins-Zuordnung in der ersten Aufgabe durch ein Beispiel vorgestellt wird. Dafür werden im Bild Linien von Schülern zu Stühlen gezogen mit der Frage „Wovon sind es mehr?“. Es geht um die Bestimmung der größeren Menge in verschiedenen Alltagsdarstellungen. In Abbildung 18 geht es um die Menge von Bällen und die Menge von Schülern. Die Zeichen „<, >, =“ werden nicht thematisiert, das richtige Ergebnis soll lediglich eingekreist werden.

### 4.3.5 Gegenüberstellung der Beobachtungen aus beiden Schulbüchern

Die beiden betrachteten Bücher unterscheiden sich grundlegend im Konzept der Zahlenraumerschließung. Dies allein hat einen großen Einfluss auf die inhaltliche Gestaltung der Bücher. Während die einzelnen Aspekte bei der schrittweisen Methode mit jeder neu erlernten Zahl erneut behandelt werden (laotisches Schulbuch), wird dies beim ganzheitlichen Ansatz auf einmal mit allen Zahlen thematisiert (deutsches Schulbuch). Beide Bücher thematisieren die Zahl Null, wobei das laotische Buch eine eigene Lektion zur Null beinhaltet und das deutsche Buch die Zahl als Teil der Zahlenreihe gemeinsam mit den anderen Zahlen einführt.

Während das Zahlenbuch von Anfang an mit drei Materialien arbeitet und diese in unterschiedlichen Kontexten aufgreift, ist im laotischen Buch diesbezüglich nichts zu finden. Es werden Darstellungen unterschiedlicher Art genutzt, die jedoch kaum aufeinander aufbauen oder sich aufeinander beziehen. Die jeweiligen Lektionen sind inhaltlich abgeschlossen. Obwohl der Fokus der Aufgaben nicht bewertet wurde, lässt sich allgemein sagen, dass die Aufgaben im deutschen Buch mehr in die Tiefe gehen, als die im laotischen. Es werden unterschiedliche Aspekte mit verschiedenen Aufgabentypen verdeutlicht und dieses Wissen sukzessiv erweitert, während das Buch aus Laos denselben Inhalt wiederkehrend mit jeder neuen Zahl vermittelt. Die Aufgaben wirken dabei eindimensional und führen die Schüler nicht vom zählenden Rechen weg. Die abgebildeten Mengen sind in einer unübersichtlichen Weise dargestellt und die genutzten Darstellungsformen passen meist nicht zu dem zu vermittelnden Inhalt. Zur Anordnung der jeweiligen Themen im Buch fiel auf, dass der Mengenvergleich im Buch aus Laos nach der Einführung der Zahlen Sechs und Sieben thematisiert wird. Dies geschieht direkt durch die symbolischen Ausdrücke. Dagegen kommt die gleiche Thematik im deutschen Buch gegen Ende des Themenblocks der Zahlen von 0 - 10 und wird mittels Eins-zu-Eins-Zuordnung eingeführt. Allgemein erscheinen die ausgeführten Beobachtungen aus Sicht der gewählten Kriterien im deutschen Buch deutlich besser umgesetzt. Es muss allerdings auch bedacht werden, dass diese Arbeit aus westeuropäischer Sicht verfasst wurde und der Faktor „Kultur“ in diese Arbeit nicht miteinbezogen wurde.

# 5 Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Aspekte herausgearbeitet, anhand derer mathematische Aufgaben in Schulbüchern bewertet werden können. Außer der ersten Kategorie „Fokus der Aufgabe", die differenziertere Unterscheidungen benötigt, konnte dieses System zielführend eingesetzt werden. Es ermöglichte eine, soweit wie möglich, subjektive Einschätzung jeder Aufgabe. Durch die verschiedenen Ausgangssituationen beider Bücher ist ein konkreter Vergleich grundsätzlich nicht möglich gewesen. Jedes Buch wurde auf Basis eines anderen Bildungsplanes konzipiert und stammt aus einem anderen Kulturkreis mit unterschiedlichen Traditionen und Lerneinstellungen. In dieser Arbeit wurde bewusst darauf verzichtet, diese Einflussfaktoren miteinzubeziehen, um den Fokus des kardinalen Zahlaspektes nicht zu verlieren. Während der Recherche und beim Verfassen der Arbeit wurden viele weitere Einflussfaktoren gefunden und viele verschiedene Blickwinkel eröffnet, die bei der Untersuchung eines Schulbuches, oder auch nur einer Aufgabe, miteinbezogen werden können. In Bezug auf Laos war der Besuch des dortigen Mathematikunterrichts der Anlass zur Anfertigung dieser Arbeit. Das aufgearbeitete Kategoriensystem könnte für eine umfangreichere Untersuchung erweitert und verfeinert werden, um konkrete Verbesserungsvorschläge für die laotischen Lehrer und eventuell auch die nächste Auflage des laotischen Mathematikbuches zu formulieren. Ebenso könnte aus den Ergebnissen dieser Arbeit eine Liste mit Aspekten herausgearbeitet werden, die besonders wichtig sind für den Einstieg im Fach Mathematik, welche mit den Lehrern vor Ort in einem Workshop thematisiert werden könnten.

Diese Arbeit stellt den Anfang der Arbeit mit den laotischen Mathelehrern dar und soll eine Basis sein, auf der aufgebaut wird. Dabei sind der kulturelle Aspekt und die Unterrichtspraxis die wohl entscheidendsten Einflussfaktoren, die miteinbezogen werden müssen. Ein gut ausgearbeitetes Schulbuch bildet nur die Basis, auf welcher der Lehrer aufbauen kann. Die Lernkultur in Laos unterscheidet sich dabei grundlegend von der in Deutschland. Über auswendig gelerntes Wissen zu verfügen ist ein wichtiges Ziel des Unterrichts, gleich in welchem Fach. Die Schüler sind es kaum gewohnt, verschiedene Methoden anzuwenden oder in unterschiedlichen Sozialformen zu arbeiten. Daher würde es voraussichtlich nicht funktionieren, ein deutsches Mathematik Schulbuch „einfach zu übersetzen" und dort zu nutzen. Um passende Aufgaben und Konzepte zu entwickeln, muss der dortige Unterricht und die Art der Schüler zu lernen genauer untersucht werden. Es wäre denkbar, zu den wichtigen Themengebieten Beispielaufgaben auszuarbeiten, die ohne große

Erklärung auskommen und Bildsprache nutzen. Diese könnten den Lehrern vor Ort an der laotischen Schule vorgestellt und dann in den jeweiligen Klassen mit den Schülern behandelt werden. Dabei würde sich zeigen, welche Aufgaben von den Schülern bearbeitet werden und bei welchen Schwierigkeiten auftreten, wodurch sich Überschneidungen und Unterschiede mit unseren didaktischen Konzepten herausstellen ließen, die dann entsprechend eingearbeitet werden können. Das Ziel wäre eine fundiertere Zahlvorstellung bei den Kindern zu festigen, um den weiteren Umgang mit der Mathematik zu erleichtern.

# 6 Literaturverzeichnis


Bruner, J. S., Olver, R. R., & Greenfield, P. M. (1988). *Studien zur kognitiven Entwicklung: Eine kooperative Untersuchung am "Center for Cognitive Studies" der Harvard-Universität* (2. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

"Counting numbers in Laos". (2018). Counting numbers in Laos. Abgerufen am 30.08.2018 von https://www.svietnamtravel.com/travel-guides/laos-travel-guide/counting-numbers-in-laos.

Diephaus, A. (2013). *Zahlengefühl 2000*. Münster: WTM, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Fuchs, E., & Sammler, S. (2015). *Schulbücher zwischen Tradition und Innovation: Ein Streifzug durch die Geschichte des Georg-Eckert-Instituts*. Braunschweig: Georg-Eckert-Institut - Leibniz-Institut für Internationale Schulbuchforschung.

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*: Springer New York.

Garrote, A., Moser Opitz, E., & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, *7*(1), 24–40. von www.pedocs.de/volltexte/2015/10280/.

GEI - Georg Eckert Institut. (2017). Schulbuch des Jahres 2017: Grundschule. Abgerufen am 25.08.2018 von http://www.gei.de/stipendien-preise/schulbuch-des-jahres/preistraeger/2017.html.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Grassmann, M. (2002). *Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern: Teil 1 - Kinderleistungen - Lehrererwartungen*. *Potsdamer Studien zur Grundschulforschung: Vol. 30*. Potsdam: Universitätsbibliothek; Universitätsverl. Potsdam.

Guldner, J., & Schmidt, M. (2014). Schulbücher: Stirbt das Schulbuch? Abgerufen am 29.08.2018 von https://www.zeit.de/2014/41/schulbuecher-medium-digitalisierung-unterricht-lernen.

Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik* (3., überarb. und erw. Aufl.). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Berlin: Springer Spektrum.

Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Berlin: Springer Spektrum.

Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik - Grundschule* (4. Aufl. 2018). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Kultusministerium, & Klahr, D. (2016). Kontingentstundentafel Grundschule. Abgerufen am 25.08.2018 von https://www.km-bw.de/Lde/Startseite/Schule/Kontingentstunden tafel+Grundschule.

Leisen, J. (2007). Unterrichtsgespräch: Fragendentwickelnder Unterricht, sokratischer Dialog und Schülergespräche. In S. Mikelskis-Seifert, T. Rabe, & H. Behrendt (Hrsg.), *Physik-Methodik: Handbuch für die Sekundarstufe I und II* (1st ed., S.115–132). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, J. (2018). Veranschaulichungen. In J. Leuders & K. Philipp (Hrsg.), *Didaktik für die Grundschule. Mathematik - Didaktik für die Grundschule* (3rd ed., S.148–159). Berlin: Cornelsen.

Maier, U., Bohl, T., Kleinknecht, M., & Metz, K. (2013). Allgemeindidaktische Kriterien für die Analyse von Aufgaben. In T. Bohl, M. Kleinknecht, U. Maier, & K. Metz (Hrsg.), *Lern- und Leistungsaufgaben im Unterricht: Fächerübergreifende Kriterien zur Auswahl und Analyse* (S.9–46). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Maier, U., Kleinknecht, M., Metz, K., & Bohl, T. (2010). Ein allgemeindidaktisches Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*. (28), 84–96. Abgerufen am 28.08.2018 von https://www.pedocs.de/volltexte/2017/13734/pdf/BZL_2010_1_84_96.pdf.

Maier, U., Bohl, T., Drüke-Noe, C., Hoppe, H., Kleinknecht, M., & Metz, K. (2014). Das kognitive Anforderungsniveau von Aufgaben analysieren und modifizieren können: Eine wichtige Fähigkeit von Lehrkräften bei der Planung eines kompetenzorientierten Unterrichts. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, *32*(3), 340–358. Abgerufen am 28.08.2018 von https://www.pedocs.de/volltexte/2017/13874/pdf/ BZL_2014_3_340_358.pdf.

Ministerium für Bildungswesen Laos. (1998). *Das Curriculum für die allgemeine Grundschulausbildung: in der Volksdemokratischen Republik Laos*. (Kopie freundlicherweise zur Verfügung gestellt von Frau Professor Doktor Isabel Martin). Laos.

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2016). *Mathematik: Bildungsplan der Grundschule*. Abgerufen von http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW_ALLG_GS_M.pdf

Moser Opitz, E. (2002). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen: Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen* (2. Aufl.). *Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Vol. 27*. Bern, Stuttgart, Wien: Haupt.

Mühlhausen, U. (2017). *Unterrichtsmethoden im Widerstreit: Das Verhältnis zwischen aktiv-konstruktivem und rezipierendem Lernen in Didaktik und Unterricht*. Online-Zugang zu sechs neuen Web-basierten Hannoveraner Unterrichtsbildern: (via Buchcode - aufgedruckt auf dem Etikett in der Impressumseite). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH.

Müller, G. N., Röhr, M., & Wittmann, E. C. (2004). *Das Zahlenbuch: Lehrerband* ([Neubearb.], [Grundschule], [Ausg. Baden-Würtemberg, 1. Aufl., Dr. 8). *Programm Mathe 2000*. Leipzig [u.a.]: Klett-Grundschulverl.

Nolte, B. (2012). Einschulung: Schreiend und weinend in die erste Klasse. Abgerufen am 15.08.2018 von https://www.zeit.de/gesellschaft/schule/2012-08/einschulung-berlin-kinder.

Padberg, F., & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik: Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung* (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Padberg, F., & Büchter, A. (2015). *Einführung Mathematik Primarstufe - Arithmetik* (2. Aufl.). *Mathematik Primar- und Sekundarstufe I + II*. Berlin: Springer Spektrum.

Reichelt, J. (2014). Vorschulische Förderung mathematischer Basiskompetenzen (Dissertation). Pädagogische Hochschule Heidelberg, Heidelberg. Abgerufen am 15.08.2018 von https://d-nb.info/1070231673/34.

RIES. (2007). *Mathebuch der ersten Klasse*. Laos.

Schellhaaß, S. (2009). Die jüngsten Erstklässler sind häufig überfordert. Abgerufen am 15.08.2018 von https://www.welt.de/politik/bildung/article4510313/Die-juengsten-Erstklaessler-sind-haeufig-ueberfordert.html.

Scherer, P., & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. *Mathematik Primar- und Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Schipper, W., Ebeling, A., & Dröge, R. (2015). *Handbuch für den Mathematikunterricht* (Druck A). Braunschweig: Schroedel.

Schneider, W., Küspert, P., & Krajewski, K. (2016). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (2., aktualisierte und erweiterte Auflage). *StandardWissen Lehramt: Vol. 3899*. Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Selter, C. (1995). Zur Fiktivität der 'Stunde Null' im arithmetischen Anfangsunterricht. *Mathematische Unterrichtspraxis*. (16), 11–19. Abgerufen am 20.08.2018 von http://math-www.uni-paderborn.de/~hartmut/AndereTexte/Stunde_0.pdf.

Thompson, I. (2010). The principal counting principles. *NCETM - National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics - Early Years Magazine*. (7), 6–7. Abgerufen am 14.08.2018 von https://www.ncetm.org.uk/public/files/722945/ncetm_early_years_magazine_issue_7.pdf.

Waaden, S. von. (2017). *Mathematiklernen von Risikokindern in der Jahrgangsmischung*. *Bielefelder Schriften zur Didaktik der Mathematik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.

Wiater, W. (2003). Das Schulbuch als Gegenstand pädagogischer Forschung. In W. Wiater (Ed.), *Forschung. Schulbuchforschung in Europa: Bestandsaufnahme und Zukunftsperspektive. Beiträge zu historischen und systematischen Schulbuchforschung* (S.11–22). Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt.

Wittmann, E. C., & Müller, G. N. (2017). *Das Zahlenbuch 1* ([Neubearbeitung, Ausgabe ab 2017], 1. Auflage). Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag.

# 7 Anhang

A: Ergebnisse Laos

B: Ergebnisse Deutschland

C: Ergebnisübersicht

| Seite | Thema | Nr. | Inhalt der Aufgabe | 1-Fokus | 2-Kognitiver Prozess | 3-Kardinalzahlaspekt | 4-Lebensweltbezug | 5-ZGV | 6Materi al | Anmerkung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | Kapitel 5<br><br>Zahlen 1 bis 5 | 1 | Anzahlen 1 - 3<br>a) Drei Bilder mit unterschiedlichen Mengen(alles verschieden Tierarten), die Aufgabe besteht darin, die Menge zu erfassen und hinzuschreiben | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 15 | s.o. | 1 | b) Hier soll ebenso die Menge erfasst werden, die richtige Ausdrucksweise wird dabei geübt. | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 16 | s.o. | 1 | c) Eine Übung zum Trainieren des Zählens | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 17 | s.o. | 2 | Anzahlen 1 - 4<br>a) Drei Bilder mit unterschiedlichen Mengen(verschiedenen Fische), die Aufgabe besteht darin, die Menge zu erfassen und hinzuschreiben, außerdem wird gefragt nach der Anzahl Fische in den Gruppen soweit nach der Anzahl der Gruppen. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Zwei | Nein | Es muss hierbei verstanden werden, dass bei diesem Bild verschiedene Mangen dargestellt werden, die Menge an Fischen, die Menge an Fischarten und die jeweilige Menge von Fischen jeder Art. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | s.o. | 2 | b) Verschiedene Obst- und Gemüsesorten sind abgebildet und sollen per Linie den Ziffern 1-4 zugeordnet werden, 8 Bilder, jede Zahl zwei Mal vertreten. | - | Neuer Input | Zahlenbild-Menge | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Methode |
| 18 | s.o. | 2 | c) Mengen als Punkte in einer Reihe dargestellt, daneben sollen die Ziffern eingetragen werden oder die Ziffer steht und es sollen die Punkte gemalt werden | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Kein | Zwei | Nein | Neue Methode |
| 19 | s.o. | 3 | Anzahlen 1 - 5<br>a) Sechs Bilder mit unterschiedlichen Mengen(Blumen, Obst, Menschen,<br>Tiere), die Aufgabe besteht darin, die<br>Menge zu erfassen und hinzuschreiben | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Zahl 5, sonst wdh. |
| 19 | s.o. | 3 | ? Auch durch Übersetzung kein Verständnis für diese Aufgabe. | - | | | | | | |
| 20 | s.o. | 3 | c) Es sind fünf Türme dargestellt, die aus fünf Teilen bestehen, darunter steht eine Zahl, es ist die Aufgabe, nach vorgegebenem Beispiel die eingeschriebene Anzahl an Teilen anzumalen | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Neue Methode |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 35 | Kapitel 11<br><br>Zahl 0 | 1 | Vier verschiedenen Abbildungen mit Vögeln auf einem Zweig, die Aufgabe ist die Anzahl der Vögel auf dem Zweig zu bestimmen- | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwe<br>i | Nein | Neue Zahl 0, sonst wdh. |
| 35 | s.o. | 2 | Eine Abbildung aus verschiedenen geometrischen Formen, die Anzahl von jeder soll erfasst werden. | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Kein | Zwe<br>i | Nein | |
| 36 | s.o. | 3 | Es sind vier Türme abgebildet aus jeweils 7 Teilen, darunter stehen<br>Zahlen. Nach einem vorgegebenen Beispiel sollen die passende Anzahl von Teilen mit Punkten bemalt werden. | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Kein | Zwe<br>i | Nein | |
| 36 | s.o. | 4 | Zwei Kreise, einer mit dem Inhalt drei Katzen und der andere leer sollen erfasst werden und deren jeweiliger Inhalt als Zahl aufgeschrieben werden. Im Anschluss soll das Gesamtergebnis festgehalten werden. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwe<br>i | Nein | Neue Methode |
| 37 | Kapitel 12<br><br>Zahlen 6 und<br>7 | 1 | Zahl 6<br>a) Anzahlerfassung in vier verschiedenen Bildern mit Tieren. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwe<br>i | Nein | Neue Zahl 6, sonst wdh. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 37 | s.o. | 1 | b) siehe a) | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 38 | s.o. | 1 | c) Mengen als kleine Dreiecke dargestellt, daneben sollen die Ziffern eingetragen werden | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Kein | Zwei | Nein | |
| 39 | s.o. | 2 | Zahl 7<br>a) Anzahlerfassung in vier verschiedenen Bildern mit Tieren. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Zahl 7, sonst wdh. |
| 39 | s.o. | 2 | b) siehe a) aber mit geometrischen<br>Formen, die gezählt werden sollen | - | Reproduktiv | | Kein | | Nein | |
| 40 | s.o. | 2 | c) Türme zum ausmalen | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | |
| 40 | s.o. | 2 | d) Türme mit Punkten | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | |
| 41 | Kapitel 13<br><br>Zahl 8 und der Vergleich der Menge 0 bis 8 | 1 | Zahl 8<br>a) Anzahlerfassung | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Zahl 8, sonst wdh. |
| 41 | s.o. | 1 | b) Anzahlerfassung + gleiche Anzahl verbinden | - | Neuer Input | Zählprinzipien | kein | Zwei | Nein | Neue Methode |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 42 | s.o. | 1 | c) Tabelle, links eine Anzahl von Gegenständen, rechts Spalte 6,7,8 --> Aufgabe ist es, die richtige Anzahl mit einem zu markieren. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Methode |
| 43 | s.o. | 2 | Anzahlen 0 bis 8<br>a) Anzahlerfassung | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 43 | s.o. | 2 | b) Zahldarstellungen in Türmen --><br>Türme haben 8 Teile, von 0 - 8 | - | Neuer Input | Zahlenbild-Menge | Kein | Zwei | Nein | Zum ersten Mal alle Zahlen geordnet nebeneinander (auch wenn Turmhöhe bei 8 endet --> Eindruck: mehr ist nicht da?) |
| 44 | s.o. | 2 | c) Zuordnung Menge zur Zahl 8, 8 Bilder, davon sind 4 richtig. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 46 | s.o. | 3 | d) Türme in Reihenfolge (andere Darstellung als bisher) --> Zahlen eintragen | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Dies kann entweder durch Zählen (kardinal) oder durch Kennen der Zahlenreihe (ordinal) gelöst werden. |
| 47 | s.o. | 4 | Mengenvergleich 0-8<br>a) Zwei Bilder mit unterschiedlichen Mengen (in Form von Gegenständen, Tieren, Pflanzen…) --> ein Bsp. Ist bereits gemacht, die Anzahl unter das Bild schreiben und das passende Zeichen einfügen UND die "Umkehr" davon darunter schreiben. | - | Neuer Input | Mengenvergleich | Konstruiert | Drei | Nein | Mengenvergleich als neuer Aspekt mit den Zeichen, teilweise sind die Bilder sehr pixelig oder nicht strukturiert, dass eine auch eine teilweise Simultanerfassung schwerfällt --> Grundsätzlich geht es aber um Mengenvergleich, Ebene drei, da auch kleine Mengen konkret verglichen werden |
| 48 | s.o. | 4 | b) wie a) aber nur ein Ergebnis | - | Reproduktiv | Mengenvergleich | Konstruiert | Drei | Nein | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 49 | Kapitel 14<br><br>Schriftbild der Zahlen 0 bis 8 | 1 | Zahlen 0-3<br>a) Das gleiche Tier ist mehrmals in einer Abbildung dargestellt, wobei diese an einer Stelle durch eine gestrichelte Linie geteilt ist. Darunter ist eine Additionsaufgabe mit Lücken, die es entsprechend zu füllen gilt. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Methode, Strukturierte Darstellung --> Mengenerfassung, Ebene 3, da Mengen aus Teilmengen bestehen, was hier verdeutlicht wird |
| 49 | s.o. | 1 | b) siehe a, Vorgehen nochmals verdeutlicht mit Farben | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Strukturierte Darstellung --> Mengenerfassung |
| 50 | s.o. | 1 | c) siehe a) aber mit 6 Dominosteinen, wobei das Ergebnis 3 oder 2 ist. | - | Transfer/ Problemlösen | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Strukturierte Darstellung --> Mengenerfassung, Transfer, da ein bekanntes Konzept auf eine neue Darstellungsebene gebracht wird. |
| 51 | s.o. | 2 | Zahlen 4 und 5 a) siehe 1 a) | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Zahl, sonst wie bei 1 a) |
| 52 | s.o. | 2 | b) Neue Darstellung beider Richtungen der Zahlzerlegung. 4 = 3+1 \| 1+3 = 4 | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Art der Darstellung |
| 53 | s.o. | 3 | Zahl 6<br>a) siehe 1 a) | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Zahl, sonst wie bei 1 a) |
| 53 | s.o. | 3 | b) siehe 2 b) | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | |
| 54 | s.o. | 3 | c) siehe 1 a) | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Kein | Drei | Nein | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55 | s.o. | 4 | Zahlen 7 und 8<br>a) Unterteilte Abbildung, Gesamtzahl ermitteln | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Darstellung bekannt, aber neue Aufgabe |
| 56 | s.o. | 4 | b) Veranschaulichung der Aufteilungen der Zahlen 7 und 8 | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Darstellungsart (nicht tragfähig), man kann nur Teile simultanerfassen, Darstellung passt nicht zur Rechnung |
| 56 | s.o. | 4 | c) Neue Darstellung in Form von Dreiecken, sonst s. 1 a) | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Drei | Nein | Neue Methode, sonst s. 1 a), es muss gezählt werden bei Teilen davon |
| 61 | Kapitel 16<br><br>Schriftbild und Anzahlen 0-9, laotische Zahlenschrei bweise | 1 | Zahlen 0-9<br>a) Ermitteln der Anzahlen | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Neue Zahl 9, sonst wdh. |
| 63 | s.o. | 2 | Zahl 9<br>a) siehe S.55, 4 a) | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | |
| 63 | s.o. | 2 | b) siehe S.55, 4 b) | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Drei | Nein | Neue Darstellungsart (nicht tragfähig), man kann nur Teile simultanerfassen, Darstellung passt nicht zur Rechnung |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 64 | s.o. | 2 | e) Ergänzen einer Mengengleichung aus Punkten zur 9. Es ist bereits eine Menge von Punkten gezeichnet mit einem Pluszeichen daneben. Dort sollen die Schüler den noch fehlenden Rest dazu malen. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Die Abbildung zeigt ausgefüllte schwarze Punkte und die dazu zu malenden sollen leer sein, keine 5er Struktur, daher zählend zu ermitteln, Ebene zwei genügt. |
| 77 | Kapitel 18 Anzahl 10 | 1 | Zahl 10<br>a) Anzahl der schwarzen Punkte ermitteln - vier verschiedene Bilder | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Neue Zahl 10, sonst wdh. |
| 77 | s.o. | 1 | b) Anzahl der Bilder ermitteln, zwei<br>Bilder, eins mit Hasen, eins mit Autos | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | |
| 78 | s.o. | 1 | d) Doppeltürme mit 7 Feldern pro Seite, also insgesamt 14 Felder, darunter eine Zahl und es sollen diese Anzahl an Punkten eingetragen werden (wie ist nicht genau klar, ob es gilt, dass erst eine Spalte gefüllt wird und dann die nächste, oder beide Seiten immer eins eins aufgefüllt werden. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Neue Art der Darstellung, sonst wdh. (Verwirrung, da die Art des Ausfüllens nicht klar ist UND der Türm Platz für 14 Teile hat), da keine 10er Struktur herrscht, muss man die Felder abzählen. |
| 79 | s.o. | 2 | Die Zahl 10<br>a) Wie viele sind da und wie aufgeteilt, s. S.55, 4 a) | - | Reproduktiv | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 79 | s.o. | 2 | b) 10 Rauten in einer Reihe, davon ein Teil eingefärbt und dahinter die passende Rechnung für die Aufteilung der 10, bspw. 7+3 = 10, bei den anderen Reihen fehlt jeweils eine Zahl. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Drei | Nein | Neue Darstellungsform, Keine 5er Struktur |
| 81 | s.o. | 3 | a) Vier verschiedene Abbildungen, mit jeweils einem anderen Tier und es gilt, die Anzahl zu bestimmen. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwe i | Nein | |
| 81 | s.o. | 3 | b) Eine neue Art der Darstellung der Aufteilung einer Zahl, es gilt die Rechnungen zu ergänzen | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwe i | Nein | |
| 83 | Kapitel 19 Umverteilu n g der Gruppe 10 | 1 | Die Menge 10 Umkreise immer 10 Kühe | - | Neuer Input | Mengenerfassu ng | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Form der Aufgabe, wobei diese eigentlich hinfällig ist, da die Abbildung schon in 10er Einheiten abgedruckt wurde. Durch die Anordnung in jeweils 2 5er-Reihen übereinander kann eine quasi-simultane Erfassung erfolgen |
| 83 | s.o. | 2 | Veranschaulichung, dass zB die Menge 20, 2x10 enthält und 30, 3x10 | - | Neuer Input | Mengenerfassu ng | Konstruiert | Drei | Nein | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 84 | s.o. | 3 | Verbinden der Zahlen, damit die Summe 10 ergibt | - | Neuer Input | Zahlenbild-Menge | Kein | Drei | Nein | Neue Methode, das Wissen über die Zerlegung der Zahl muss vorhanden sein, um diese Aufgabe schnell zu lösen. Falls dieses Wissen nicht vorhanden ist, kann sie jedoch auch zählend gelöst werden. Auf der kardinalen Ebene sollte die Ziffer eine Mengenvorstellung aufrufen, diese wurde jedoch nicht gefestigt. |
| 84 | s.o. | 4 | Hier sind 5 verschiedene Tiere abgebildet, die jeweils eine Rechnung auf sich stehen haben. Es gilt nur die Tiere zu finden, bei denen die Rechnung 10 ergibt. | - | Neuer Input | Zahlenbild-Menge | Konstruiert | Drei | Nein | Neue Method, die Assoziation von Rechnungen und Tieren wird nicht klar, der Sinn der Aufgabe in dieser Art ist schwer nachzuvollziehen. |
| | s.o. | 6-9 | Bei all diesen Aufgaben ist eine Menge von Gengeständen abgebildet und es geht darum, die Anzahl zu erfassen. Dabei ist die Lösung in Stellenwerten anzugeben, also es gibt ein Feld für die Zehner und eines für die Einer. Bei Nr. 6 gibt es ein Beispiel. Immer 10 sollen eingekreist werden. (Dies wird mit Sternen, Ballons, Murmeln, Gläsern, usw.... veranschaulicht) | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Kein | Zwei | Nein | Eine neue Methode. Bei diesen Aufgaben steht das Zählen im Vordergrund, da keine der Darstellungen eine strukturierte Wahrnehmung erlaubt. Daher reicht auch die zweite Ebene des ZGV Modells. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Zählende Anzahlerfassung | 16 | | | | | | |
| | | | Türme in der Form, dass darunter eine Zahl steht und die Türme entweder ausgemalt oder mit Punkten gefüllt werden sollen | 6 | | | | | | |

| Seite | Thema | Nr. | Inhalt der Aufgabe | 1-Fokus | 2-Kognitiver Prozess | 3-Kardinalzahlaspekt | 4-Lebensweltbezug | 5-ZGV | 6-Material | Anmerkung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Kapitel: Entwicklung des Zahlbegriffs | 1 | Es sind Würfelbilder abgebildet von 1 - 6. Zusätzlich sind sechs Abbildungen auf der Seite, die jeweils eine der Zahlen repräsentieren. Mittels einer Linie mit einem Stift von der Würfel-1 zu einem Apfel ist die Intention der Aufgabe dargestellt. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Konstruiert | Zwei | Nein | Der kognitive Prozess liegt bei der Reproduktion, da die Bilder den Kindern aus dem Alltag bekannt sein können und diese erste Aufgabe auf Vorkenntnisse abzielt. Der KZA wird durch die Zuordnung der beiden Zahldarstellungen angesprochen. Es ist in der Form ein konstruierter Lebensweltbezug, dass dies keine authentische Situation darstellt, die jeweiligen Bilder den Kindern aber bekannt sein können. Dieser Aufgabe kann die ZGV-Ebene zwei zugeordnet werden, da die kardinale Verbindung zwischen der Zahl und der entsprechenden Anzahl an Elementen bekannt sein muss. Außerdem wird kein Material zum Lösen genutzt. |
| 5 | Zählen und Spielen | 4 | Es sind Würfelbilder abgebildet von 1 - 6. Zusätzlich sind sechs Abbildungen auf der Seite, die jeweils eine der Zahlen in Form von Fingerbildern repräsentieren. Mittels einer Linie mit einem Stift von der Würfel-1 zu dem richtigen Fingerbild ist die Intention der Aufgabe dargestellt. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Konstruiert | Zwei | Nein | Der kognitive Prozess liegt bei der Reproduktion, da die Bilder den Kindern aus dem Alltag bekannt sein können und diese Aufgabe auf Vorkenntnisse abzielt. Der KZA wird durch die Zuordnung der beiden Zahldarstellungen angesprochen. Es ist in der Form ein konstruierter Lebensweltbezug, dass dies keine authentische Situation darstellt, die jeweiligen Bilder den Kindern aber bekannt sein können. Dieser Aufgabe kann die ZGV-Ebene zwei zugeordnet werden, da die kardinale Verbindung zwischen der Zahl und der entsprechenden Anzahl an Elementen bekannt sein muss. Außerdem wird kein Material zum Lösen genutzt. |
| 6 | Zählen und Erzählen | 1 | Oben ist eine Abbildung eines Klassenzimmers. Darunter sind sechs verschiedene Gegenstände abgebildet, die jeweils mittels Strichliste erfasst werden sollen. Dann soll zusätzlich noch die Anzahl der Striche als Zahl notiert werden (beide Schritte durch ein bildliches Beispiel gezeigt). | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | In Teilen wird hier neuer Inhalt vermittelt, da die Kinder mittels einer Strichliste eine Mengenerfassung durchzuführen haben und diese dann in die Ziffernschreibweise übertragen sollen. Hierzu müssen sie die Zählprinzipien beherrschen. Ähnlich wie bei den vorigen Aufgaben handelt es sich durch eine Abbildung der Schule um eine Anlehnung an die Realität, ist aber immer noch konstruiert, um eine gewohnte Umgebung, mit der sich die Schüler identifizieren können, zu suggerieren. Dieser Aufgabe kann die ZGV-Ebene zwei zugeordnet werden, da die kardinale Verbindung zwischen der Zahl und der entsprechenden Anzahl an Elementen bekannt sein muss. Außerdem wird kein Material zum Lösen genutzt. |
| 7 | Zählen und Erzählen | 3 | Oben ist eine Abbildung eines Schulhofs. Darunter sind fünf verschiedene Gegenstände abgebildet, die jeweils mittels Strichliste erfasst werden sollen. Dann soll zusätzlich noch die Anzahl der Striche als Zahl notiert werden (beide Schritte durch ein bildliches Beispiel gezeigt). Ein Feld ist leer und kann beliebig gefüllt werden. | - | Transfer/ Problemlösen | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Der neue Inhalt wird erneut aufgegriffen und reproduziert. Es gibt zwar einen leeren Kasten, den die Kinder mit dem Bild eines beliebigen Gegenstandes füllen sollen, dies stellt jedoch keine Transferleistung dar. Auch hier müssen die Zählprinzipien beherrscht werden. Ähnlich wie bei den vorigen Aufgaben handelt es sich durch eine Abbildung der Schule um eine Anlehnung an die Realität, ist aber immer noch konstruiert, um eine gewohnte Umgebung, mit der sich die Schüler identifizieren können, zu suggerieren. Dieser Aufgabe kann die ZGV-Ebene zwei zugeordnet werden, da die kardinale Verbindung zwischen der Zahl und der entsprechenden Anzahl an Elementen bekannt sein muss. Außerdem wird kein Material zum Lösen genutzt. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | Zahlen bis 10 | 2 | In dieser Aufgabe gilt es, drei verschiedene Darstellungen einer Zahl/ Menge zu verbinden.<br>Zum einen gibt es die Ziffernkarten (0 - 5), die<br>Fingerbilder und als neu hinzukommende Darstellung das Zehner Punktefeld mit 5er Struktur. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Kein | Zwei | Nein | Es handelt sich hierbei und eine Reproduktions-Aufgabe, da alle drei Darstellungen bereits bekannt sind. Das einzig neue auf dieser Seite ist die Zahl null. Hier geht es um die Zuordnung zwischen einem Zahlenbild und der richtigen Mengenabbildung, es liegt kein Lebensweltbezug vor. Dieser Aufgabe kann die ZGV-Ebene zwei zugeordnet werden, da die kardinale Verbindung zwischen der Zahl und der entsprechenden Anzahl an Elementen bekannt sein muss. Außerdem wird kein Material zum Lösen genutzt. |
| 9 | Zahlen bis 10 | 5 | Diese Aufgabe behandelt den selben Inhalt wie Aufgabe 2 aus S. 8 jedoch mit den Zahlen 6 - 10. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Kein | Zwei | Nein | (siehe Aufgabe 2 auf S. 8) |
| 10 | Zahlen am Körper | 1 | Diese Aufgabe steht unter der Frage "Wie viele?". In Aufgabe 1 sind sechs Abbildungen von Körperteilen, zB den Augen und darunter soll die jeweilige Ziffer geschrieben werden.<br>In Aufgabe 2 geht es um die Anzahl der Beine von drei verschiedenen Tieren und in Aufgabe 3 um die Anzahl der gezeigten Finger bei 12 verschiedenen Fingerbildern (zB 4 auf zwei verschiedene Weisen dargestellt, einmal mit und einmal ohne Daumen) | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Authentisch | Zwei | Nein | Es gab bisher eine Übung, bei der eine Menge erfasst und das Ergebnis als Ziffer dargestellt werden musste. Dort war allerdings der Zwischenschritt der Strichliste eingebaut, welcher hier wegfällt. Daher stellt diese Aufgabe einen Transfer dar, da die Ziffernschreibweise gerade erst geübt worden ist und hier aktiv mit der Anzahl verknüpft werden muss.<br>Die Zählprinzipien müssen bekannt sein, durch den Bezug zu Körperteilen ist ein authentischer Bezug zur<br>Lebenswelt der Kinder gegeben, da dieser direkt erfahren werden kann. Ebene zwei wird benötigt und es wird kein Material genutzt. |
| 10 | Zahlen am Körper | 2 | Diese Aufgabe steht unter der Frage "Wie viele?". In Aufgabe 2 geht es um die Anzahl der Beine von drei verschiedenen Tieren. | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Konstruiert | Zwei | Nein | Es gab bisher eine Übung, bei der eine Menge erfasst und das Ergebnis als Ziffer dargestellt werden musste. Dort war allerdings der Zwischenschritt der Strichliste eingebaut, welcher hier wegfällt. Daher stellt diese Aufgabe einen Transfer dar, da die Ziffernschreibweise gerade erst geübt worden ist und hier aktiv mit der Anzahl verknüpft werden muss.<br>Die Zählprinzipien müssen bekannt sein, durch den Bezug zu Tieren ist ein konstruierter Bezug zur Lebenswelt der Kinder gegeben, da nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle Kinder die Tiere kennen, v.a. Spinne und Vogel. Ebene zwei wird benötigt und es wird kein Material genutzt. |
| 11 | Zahlen am Körper | 3 | Diese Aufgabe steht unter der Frage "Wie viele?". In Aufgabe 3 um die Anzahl der gezeigten Finger bei 12 verschiedenen Fingerbildern (zB 4 auf zwei verschiedene Weisen dargestellt, einmal mit und einmal ohne Daumen) | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Authentisch | Zwei | Nein | Es gab bisher eine Übung, bei der eine Menge erfasst und das Ergebnis als Ziffer dargestellt werden musste. Dort war allerdings der Zwischenschritt der Strichliste eingebaut, welcher hier wegfällt. Daher stellt diese Aufgabe einen Transfer dar, da die Ziffernschreibweise gerade erst geübt worden ist und hier aktiv mit der Anzahl verknüpft werden muss.<br>Die Zählprinzipien müssen bekannt sein, durch den Bezug zu Körperteilen ist ein authentischer Bezug zur<br>Lebenswelt der Kinder gegeben, da dieser direkt erfahren werden kann. Ebene zwei wird benötigt und es wird kein Material genutzt. |
| 16 | Zahlen schnell sehen | 1 | Bei dieser Aufgabe sollen die Kinder bei einem Bild von einzelnen Steinen, diese so einkreisen, wie sie sie schnell erkennen können. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Es handelt sich hier um neuen Input, da die Kinder zahlen so einkreisen sollen, wie sie sie sehen, aber darunter das Gesamtergebnis aufschreiben sollen. Diese Aufgabe führt an das Thema der Teil-Ganzen Beziehung heran, was in den Zählprinzipien erwähnt wurde. Es geht generell um eine Mengenerfassung, es gibt durch die Abbildung einen indirekten Bezug zur Lebenswelt, also konstruiert.<br>Die dritte Ebene wird angesprochen, da es indirekt um die Zerlegung von Zahlen geht. Es gibt kein Material. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | Zahlen schnell sehen | 2 | Hier sollen die Kinder praktisch mit Material Zahlen so legen, dass sie diese direkt oder Teile davon erkennen können. Mit 6 Steinen. | - | Transfer/ Problemlösen | Mengenerfassung | Authentisch | Drei | Ja | Es handelt sich hier um eine Transfer des gerade Gelernten auf eine Handlung am Material. Diese Aufgabe vertieft das Thema der Teil-Ganzen Beziehung mit der Zahl 6. Es geht generell um eine Mengenerfassung, es gibt durch die Handlung einen direkten Lebensweltbezug. Die dritte Ebene wird angesprochen, da es indirekt um die Zerlegung von Zahlen geht. Es gibt unstrukturiertes Material, je nach Verfügbarkeit, mit dem die Aufgabe bearbeitet wird. |
| 16 | Zahlen schnell sehen | 3 | Hier sollen die Kinder praktisch mit Material Zahlen so legen, dass sie diese direkt oder Teile davon erkennen können. Mit 8 Steinen. | - | Transfer/ Problemlösen | Mengenerfassung | Authentisch | Drei | Ja | Es handelt sich hier um eine Transfer des gerade Gelernten auf eine Handlung am Material. Diese Aufgabe vertieft das Thema der Teil-Ganzen Beziehung mit der Zahl 8. Es geht generell um eine Mengenerfassung, es gibt durch die Handlung einen direkten Lebensweltbezug. Die dritte Ebene wird angesprochen, da es indirekt um die Zerlegung von Zahlen geht. Es gibt unstrukturiertes Material, je nach Verfügbarkeit, mit dem die Aufgabe bearbeitet wird. |
| 17 | Zahlen schnell sehen | 5 | Hier gilt das gleiche Prinzip wie bei Aufgabe 1 auf S.16, jedoch sind nun anstatt Steinen, Punkte abgebildet. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Kein | Drei | Nein | Siehe Seite 16 Aufgabe 1, ohne Material und daher kein Lebensweltbezug. |
| 17 | Zahlen schnell sehen | 7 | Partnerarbeit am Material zum schnellen Sehen. Ein Partner legt eine Zahl, der andere soll beschreiben, was er sieht (bspw. Liegen dort 7 Plättchen, ein Schüler sagt ich sehe 5 und 2, ein anderer sagt ich sehe 7). | Prozess orientiert | Neuer Input | Mengenerfassung | Authentisch | Drei | Ja | Ein Prozessorientierte Aufgabe, da die Methode Partnerarbeit zum Einsatz kommt. Es ist neuer Input, da es noch keine Partnerarbeit gab und die Aufgabe so noch nicht durchgeführt wurde. Es geht trotzdem noch um die Mengenerfassung, durch die Handlung am Material und die Interaktion mit einem Partner, handelt es sich um eine authentische Situation auf der dritten Ebene (Teil-Ganzes-Beziehung) mit Material. |
| 18 | Zehnerfeld | 1 | Hier wird im Zehnerfeld gearbeitet (2 5er Reihen übereinander) und wieder verschiedene Teile eingekreist. Danach wird darunter das Ergebnis geschrieben. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Kein | Drei | Nein | Eine neue Darstellungsform wird eingeführt, also neuer Input. Es geht um die Mengenerfassung, es gibt durch die Darstellung im Punktfeld keinen Lebensweltbezug, die Aufgabe spricht Ebene 3 an und es gibt kein Material. |
| 19 | Zehnerfeld | 3 | Hier wird im Zehnerfeld gearbeitet (2 5er Reihen nebeneinander) und wieder verschiedene Teile eingekreist. Danach wird darunter das Ergebnis geschrieben. | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Kein | Drei | Nein | Siehe Seite 18 Aufgabe 1, nur Darstellung in anderer Form. |
| --> auf dieser Doppelseite sind noch zwei Partnerarbeitsaufgaben, die aber als eigenständige Arbeit gekennzeichnet sind. | | | | | | | | | | |
| 20 | Kraft der 5 | 1 | Eine Abbildung eines Bauernhofs. Die Kinder sollen mittels Strichliste (bereits vorgegeben) die Anzahl der jeweiligen Tiere ermitteln und diese entsprechen ausmalen. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Konstruiert | Drei | Nein | Durch die Einführung einer neuen Struktur (5er Bündel) der Strichliste ist dies ein neuer Input, die Art der Aufgabe ist jedoch bereits bekannt. Die Zählprinzipien sind hier wichtig, da das Bild recht unübersichtlich ist, später dann beim Übertrag wäre es der Zshg. zwischen Zahlenbild und Mengendarstellung. Durch ein Bild mit "typischen" Tieren herrscht ein konstruierter Alltagsbezug, die Stufe drei wird durch die Bündelung der 5 Striche angesprochen und kein Material genutzt. |
| 20 | Kraft der 5 | 2 | Die Kinder haben alle Zahlen von 1-10 aus der Strichliste angegeben und sollen die passende Ziffer dazuschreiben. | - | Reproduktiv | Zahlenbild-Menge | Kein | Drei | Nein | Die eben eingeführte Bündelung wird reproduziert angewandt, da Zahlenbild-Menge stehen sich gegenüber, es herrscht kein Lebensweltbezug, die Ebene drei wird durch die Bündelung angesprochen (wobei auch auf Ebene 2 das Ergebnis zählend ermittelt werde könnte) und es wird kein Material eingesetzt. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | Kraft der 5 | 3 | Eine Übung zum Einkreisen mit verschiedenen Materialien (Fingerbilder, Geld, Strichliste). | - | Neuer Input | Mengenerfassung | Konstruiert | Drei | Nein | Gleiches Prinzip wie S.17 Nr.5, außer dass durch die Darstellungen mit Geld und den Fingerbildern ein konstruierter Lebensweltbezug vorliegt |
| 21 | Kraft der 5 | 4 | Fingerbilder sind gegeben und ein 5er Punktestreifen. Die Aufgabe besteht darin, die fehlenden Punkte aufzumalen und die entsprechende Ziffer zu notieren. | - | Transfer/ Problemlösen | Zahlenbild-Menge | Kein | Drei | Nein | Hier werden bereits bekannte Aspekte zusammengebracht und müssen im Transfer gelöst werden. Die Zahlenbild-Mengen-Vorstellung wird angesprochen, da dieser Übertrag von den Fingerbildern stattfinden muss. Kein Lebensweltbezug, Ebene drei und kein Material. (Ebene 2 wäre auch möglich). |
| 22 | Kraft der 5 | 1 | Die Schüler sollen am Material die aufgeschriebenen Zahlen legen und in das Buch zusätzlich zu den 5 eingefärbten, die fehlenden ausmalen. Hierbei wird der 10er Streifen genutzt. | - | Reproduktiv | Zählprinzipien | Authentisch | Zwei | Ja | Die Schüler reproduzieren vorher Gelerntes in dieser Aufgabe. Zum Lösen brauchen sie die Zählprinzipien ODER die Mengenerfassung, je nach Kenntnis. Durch die Arbeit mit dem Material ist es eine authentische Situation, die entweder in Ebene 2 oder 3 abläuft. |
| 22 | Kraft der 5 | 2 | Die Schüler sollen am Material die aufgeschriebenen Zahlen legen und in das Buch zusätzlich zu den 5 eingefärbten, die fehlenden ausmalen. Hierbei wird das 10er Punktefeld genutzt. | - | Neuer Input | Zählprinzipien | Authentisch | Zwei | Ja | Die Schüler reproduzieren vorher Gelerntes in dieser Aufgabe. Zum Lösen brauchen sie die Zählprinzipien ODER die Mengenerfassung, je nach Kenntnis. Durch die Arbeit mit dem Material ist es eine authentische Situation, die entweder in Ebene 2 oder 3 abläuft. |
| 22 | Kraft der 5 | 3 | In einer Partnerarbeit kommen die Ziffernkarten mit der Punktedarstellung auf der Rückseite zum Einsatz. Ein Partner sagt die Zahl, der andere sagt zB bei 7 "ein Fünfer und zwei Einer". | Prozessorientiert | Neuer Input | Zahlenbild-Menge | Authentisch | Drei | Ja | Da dies in einer Partnerarbeit stattfindet, handelt es sich eher um eine prozessorientierte Aufgabe. Die Ziffernkarten werden als neues Material eingesetzt und somit wird neuer Input vermittelt. Die Schüler brauchen eine Vorstellung von der Zahldarstellung, um die korrekte Lösung angeben zu können. Durch das Material handelt es sich um eine authentische Situation, die greifbar wird. Sie spielt sich auf der dritten Ebene ab. |
| 23 | Kraft der 5 | 4 | Partnerarbeit. Hier wird mit Fingerbildern gearbeitet. Die gleiche Zahl wird hierbei auf zwei verschiedene Arten dargestellt. Die soll entsprechend versprachlicht werden. | Prozessorientiert | Neuer Input | Mengenerfassung | Authentisch | Drei | Ja | Eine neue Variante der Fingerbilder, also der anderen Darstellung wird als neuer Input thematisiert. Dabei ist die Mengenerfassung wichtig, um die beiden einzelnen Zahldarstellungen zu erkennen und dann zusammenzuführen. Da mit den eigenen Händen gearbeitet wird und die Fingerbilder grundsätzlich als Material schon bekannt sind, handelt es sich um eine authentische Situation, durch die Aufteilung der Zahl auf der dritten Ebene mit den Händen als Material. |
| 23 | Kraft der 5 | 5 | Hier ist ebenfalls eine Aufgabe in Partnerarbeit zu lösen. Hierbei ist zunächst ein Zahlenbild abgebildet, bspw. 2. Das nächste Bild enthält die 2 und eine andere Zahl. Diese gilt es beide zu bestimmen und dann das Gesamtergebnis aufzuschreiben. | Prozessorientiert | Transfer/ Problemlösen | Mengenerfassung | Authentisch | Drei | Ja | Die bereits behandelte Aufgabe mit dem 10er Punktestreifen wird hier mit den Händen durchgeführt, also bekanntes Wissen auf ein anderes bekanntes Material übertragen. Dabei ist die Mengenerfassung wichtig, um die Zahldarstellungen zu erkennen. Da mit den eigenen Händen gearbeitet wird und die Fingerbilder grundsätzlich als Material schon bekannt sind, handelt es sich um eine authentische Situation, durch die Aufteilung der Zahl auf der dritten Ebene mit den Händen als Material. |
| 28 | Mengen vergleichen | 1 | Bei dieser Aufgabe wurde bereits durch 1-1 Verbindungen das Prinzip des Mengenvergleichs eingefügt. Die Aufgabe besteht darin, herauszufinden, wovon mehr da sind. | - | Neuer Input | Mengenvergleich | Konstruiert | Drei | Nein | Der Mengenvergleich wird hier zum ersten Mal thematisiert (neuer Input), die Alltagsituation ist durch ein bekanntes Bild konstruiert, da es keine tatsächliche Situation zum Nachstellen gibt, die Ebene drei wird angesprochen und es wird kein Material verwendet. |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Es ist eine Abbildung von Schülern, die um einen Schulkreis stehen und die zu vergleichenden Elemente sind drunter abgebildet. | | | | | | | |
| 28 | Mengen vergleichen | 2 | Mengenvergleich, wovon sind mehr, nach dem Prinzip von S.28 Nr. 1 nur mit anderem Bild. | - | Reproduktiv | Mengenver gleich | Konstruiert | Drei | Nein | Siehe S.28 Nr.2 --> nur hier sind die Linien noch nicht gezogen worden. |
| 29 | Mengen vergleichen | 4 | Partnerarbeit: Anhand von einem Spiel mit Würfel und Punktestreifen pro Spieler werden die Begriffe mehr und weniger eingeführt und geübt. Beide würfeln und legen jeweils ihre Anzahl. Dann wird verglichen und jeder muss sagen wie viele er mehr oder weniger hat. Der, der mehr hat gewinnt und legt die Differenz in sein 10er-Punktefeld als Punkte. | Prozess orientie rt | Neuer Input | Mengenver gleich | Authentisch | Drei | Ja | Eine Partnerarbeit, was auf eine prozessorientiertere Aufgabe schließen lässt. , neuer Input (mehr, weniger),<br>Mengenvergleich wird durchgeführt, durch das Spiel handelt es sich um eine authentische Situation mit Material. |
| 29 | Mengen vergleichen | 5 | Hier sind zwei Würfelbilder mit den dazu passenden Punktestreifen-Darstellungen abgebildet und die Aufgabe besteht darin, die Punkte einzukreisen, die mehr sind. | - | Neuer Input | Mengenver gleich | Kein | Drei | Nein | Eine neue Form der Aufgabenstellung, wobei wieder ein Mengenvergleich stattfindet, kein Lebensweltbezug stattfindet, die Ebene drei angesprochen wird und ohne Material gearbeitet wird. |
| 29 | Mengen vergleichen | 6 | Diese Aufgabe funktioniert nach dem selben Prinzip wie S.29 Nr. 5, aber hierbei steht nur eine Zahl da, kein Würfelbild mehr und die Schüler müssen die passende zahl und Punktebild so einzeichnen, dass es immer 1 mehr als die angegebene Zahl ist. | - | Transfer/ Problemlös e n | Mengenver gleich | Kein | Drei | Nein | Bei dieser Aufgabe sollen die Schüler das Wissen aus der vorigen Aufgabe nutzen aber durch eine andere Darstellung handelt es sich eher um einen Transfer als eine reine Reproduktion. Es geht weiterhin um den Mengenvergleich, kein Lebensweltbezug, Ebene drei und ohne Material. |

| | 1- Fokus der Aufgabe | | | 2-Kognitiver Prozess | | | 3-Kardinalzahlaspekt | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Produktorientiert | Prozessorientiert | Keine Zuordnung | Reproduktiv | Neuer Input | Transfer/ Problemlösen | Mengenerfassung | Mengenvergleich | Zählprinzipien | Zahlenbild Menge |
| Laos Buch (55) | 0 | 0 | 0 | 19 | 35 | 1 | 17 | 2 | 30 | 5 |
| | | | | | | | | | | |
| Zahlenbuch 1 (30) | 0 | 5 | 0 | 10 | 14 | 6 | 10 | 5 | 8 | 7 |
| | 4-Lebensweltbezug | | | 5-ZGV-Ebene | | | | 6-Material | | |
| | Kein | Konstruiert | Authentisch | Eins | Zwei | Drei | Keine Zuordnung | Ja | Nein | freiwillig |
| Laos Buch (55) | 21 | 34 | 0 | 0 | 33 | 21 | 0 | 0 | 55 | 0 |
| | | | | | | | | | | |
| Zahlenbuch 1 (30) | 9 | 10 | 11 | 0 | 11 | 19 | 0 | 9 | 21 | 0 |

| | Dimension | Ausprägungen | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Fokus der Aufgabe** | Produktorientiert | | Prozessorientiert | |
| 2 | **Kognitiver Prozess** | Reproduktion | Neuer Input | | Transfer/ Problemlösen |
| 3 | **Kardinalzahlaspekt** | Mengenerfassung | Mengenvergleich | Zählprinzipien | Zahlenbild-Menge |
| 4 | **Lebensweltbezug** | Kein | Konstruiert | Authentisch | |
| 5 | **ZGV-Ebene** | Eins | Zwei | Drei | |
| 6 | **Material** | Ja | Nein | freiwillig | |

Anhang C: Ergebnisübersicht

**Erklärung**

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt habe und dass alle Stellen, die aus anderen Werken dem Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, eindeutig unter Angabe der Quellen als Entlehnungen kenntlich gemacht worden sind. Im Falle der Aufbewahrung meiner Arbeit in der Bibliothek bzw. im Staatsarchiv erkläre ich mein Einverständnis, dass die Arbeit Benutzern zugänglich gemacht wird.

| | |
|---|---|
| Ort, Datum | Vor- und Zuname |